



MODELO SEMI-ANALÍTICO DE BRAZOS ESPIRALES EN GALAXIAS DE DISCO

Lina Julieth Castiblanco Tolosa

Cod:200911165

Trabajo para optar el título de Físico

Director:

Nelson Vera Villamizar

Físico

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Facultad de Ciencias Básicas, Escuela de Física

Tunja

2014

Este trabajo esta dedicado a mis Padres Nived Tolosa y Jose Castiblanco, a mi hermano Alejandro, a mis hermanas Liliana y Hasbleidy. Y a mi mejor amigo Fabian Medina.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me han apoyado y colaborado en la realización de este trabajo. Principalmente agradezco al profesor Nelson Vera Villamizar que como director de este trabajo de grado me ha orientado, corregido y motivado en mi labor científica. A Fabian Gonzalo Medina Cuy mi mejor amigo y compañero de estudio le agradezco por sus consejos y motivación durante todo este tiempo. Y finalmente a mi familia por apoyarme y por respaldar mis decisiones.

RESUMEN

En este trabajo se propone un potencial gravitacional tridimensional para los brazos espirales en galaxias de disco, basado en evidencia observacional. Este potencial se encuentra al solucionar la ecuación de Poisson para la densidad volumétrica de masa de los brazos espirales, por lo cual es necesario conocer tanto la masa como el volumen de los brazos.

Se mide la longitud, el ancho y el espesor de los brazos espirales para una muestra de 9 galaxias. La longitud de los brazos espirales se mide sobre las imágenes de las galaxias luego de realizar una transformación de coordenadas cartesianas a polares, lo que permite observar los brazos desenrollados y medir el radio hasta donde estos se extienden. El uso del análisis bidimensional de Fourier permite obtener una distribución teórica de la intensidad de las galaxias sobre la cual se mide el ancho de los brazos espirales en varios radios. Con lo anterior, se determina que el comportamiento de ancho en función del radio tiene una forma gaussiana. Se calcula una expresión para medir el espesor de los brazos espirales mediante el análisis de la solución de la ecuación de Poisson para una perturbación logarítmica de densidad en el disco de las galaxias y se establece que el espesor de los brazos es un parámetro constante.

Por otro lado, la masa de los brazos espirales se calcula a partir de la masa del disco galáctico, la cual es función de la velocidad circular de las estrellas en el disco. Entonces, del volumen y la masa de los brazos espirales se determina la densidad de los brazos. Finalmente, el potencial gravitacional de los brazos espirales se obtiene al resolver la ecuación de Poisson para densidad de los brazos espirales mediante el uso funciones de Bessel. Además, se calcula la amplitud del potencial de cada galaxia y se observa que existe una relación entre la luminosidad y el potencial de brazos espirales.

Palabras Claves: Galaxias espirales, Brazos espirales, Dinámica de la estructura espiral.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCION	VIII
1. GALAXIAS ESPIRALES	1
1.1. Características generales de las galaxias espirales	3
1.1.1. El medio interestelar	4
1.1.2. El disco en galaxias espirales	6
1.2. Curva de rotación de las galaxias	7
1.3. Geometría de los brazos espirales	8
1.3.1. Orientación de los brazos espirales	8
1.3.2. Pitch-Angle.	8
1.4. Problema del enrollamiento	10
1.5. Teoría de Ondas de Densidad	11
1.5.1. Epiciclos	11
1.5.2. Orbitas cerradas en marcos no inerciales	13
1.5.3. Resonancias	14
1.6. Inestabilidades recurrentes	15
2. TRATAMIENTO DE IMÁGENES	16
2.1. Deproyección de las Imágenes.	17
2.2. Realce de la Estructura Espiral	18
2.3. Muestra de Galaxias	19

3. ANCHO Y LONGITUD DE LOS BRAZOS ESPIRALES	21
3.1. Ancho de los Brazos Espirales	21
3.1.1. Análisis Bidimensional de Fourier	21
3.1.2. Método utilizado para medir el ancho de los brazos espirales.	24
3.2. Longitud de los Brazos Espirales	27
4. DETERMINACIÓN DEL ESPESOR DEL DISCO	31
4.1. Método de solución de la ecuación de Poisson.	31
4.2. Principio para determinar el espesor de galaxias de disco.	37
4.3. Estimación del error del espesor del disco galáctico.	38
5. POTENCIAL GRAVITACIONAL DE LOS BRAZOS ESPIRALES	41
5.1. Distribución de masa en el disco de galaxias espirales	41
5.2. Distribución de densidad de los brazos espirales.	45
5.3. Determinación del potencial de los brazos espirales	46
6. CONCLUSIONES	51
A. TRANSFORMADA DE FOURIER	53
B. FUNCIONES DE BESSEL E INTEGRAL DE HANKEL	55
B.1. Funciones de Bessel	55
B.2. Transformada de Hankel	56
C. APROXIMACIÓN ASÍNTOTICA DEL POTENCIAL PARA UN DISCO CON ESPESOR FINITO	58
D. IMÁGENES	61
BIBLIOGRAFÍA	61

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Diagrama Tuning Fork Hubble original, publicado en 1936 en su libro The Realm of the Nebulae. http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Sandage/Sandage4_4.html .	2
1.2. Representación esquemática de la estructura de disco en galaxias espirales. http://www.ast.cam.ac.uk/~mlmc2/M31thickdisc.html	6
1.3. Brazos <i>leaging</i> y <i>trailing</i> (Binney 2008).	9
1.4. Rotación de un brazo material con <i>pitch angle</i> ϕ (Binney 2008).	9
1.5. El problema del enrollamiento de brazos espirales. Los brazos se enrollan mucho más a medida que pasa el tiempo (Carroll & Ostlie 2007).	10
1.6. (a) Epiciclo visto desde un marco de referencia inercial fuera de la galaxia. (b) Epiciclo en el sistema de referencia no inercial que rota con la velocidad angular del patrón perturbador. (Elmegreen 1998)	12
1.7. (a) Órbitas elípticas de estrellas alineadas. (b) Órbitas girando con una velocidad mayor que la anterior (Carroll & Ostlie 2007).	13
2.1. IC2421 (a) Imagen sin estrellas de campo. (b) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada	20
2.2. NGC2857 (a) Imagen sin estrellas de campo. b) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada.	20
3.1. Espectros de Fourier para NGC2857.	23
3.2. Transformada inversa de Fourier para IC2421	24
3.3. Transformada Inversa de Fourier para NGC2857	25
3.4. Distribución de Intensidad para IC2421 en $\theta = 0$	26
3.5. Ancho de los brazos espirales en función del radio.	28

3.6. Arriba: Distribución de intensidad de IC2421 en coordenadas polares. Abajo: Distribución de intensidad de NGC5247 en coordenadas polares.	30
4.1. Galaxia del sombrero Messier 104.	38
4.2. Espectros de Fourier, componente $m = 2$	39
D.1. NGC157 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	61
D.2. NGC895 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	62
D.3. NGC1566 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	62
D.4. NGC2997 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	63
D.5. NGC5194 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	63
D.6. NGC5247 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	64
D.7. NGC 5899 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b)Transformada inversa de Fourier.	64

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Valores de ajuste para el ancho de los brazos espirales.	27
3.2. Longitud de los brazos espirales.	29
4.1. Espesor para 9 galaxias espirales.	40
5.1. Amplitud del potencial gravitacional de los brazos espirales.	49

INTRODUCCIÓN

En el universo aproximadamente el 60 % de las galaxias presentan una estructura espiral (Buta, 1980). Estudiar estos sistemas se ha convertido en uno de los problemas más difíciles de resolver en el área de astrofísica, ya que en la actualidad no existe ninguna teoría que explique por completo el origen y evolución de la estructura espiral. Se ha podido observar que en muchas galaxias la estructura espiral es provocada por efectos de marea¹, causada por las interacciones de la galaxia con sus compañeras o por la rotación de la barra central en el caso de galaxias barradas, o posiblemente por acumulaciones de materia oscura (Dobbs et al., 2010, aquí llamado DP10). Teóricamente se ha establecido la posibilidad de que las galaxias espirales sean auto excitadas, es decir, se mantienen sin estar sujetas a interacciones gravitacionales externas (DP10).

Existen varios modelos que intentan explicar la cinemática y dinámica de la estructura espiral tal como, la teoría de ondas de densidad propuesta por Lin & Shu (1964) y la teoría de inestabilidades gravitacionales basada en simulaciones; esta última sugiere que la estructura espiral es inducida por una auto-gravedad local, transitoria e inestable que forma brazos espirales de corta duración (Toomre, 1977; Sellwood, 2012).

En los últimos 50 años la teoría de ondas de densidad ha sido la teoría más aceptada, debido a que explica claramente la naturaleza y dinámica de los brazos espirales, postulando que estos pueden ser interpretados como ondas de densidad cuasi-estacionarias de larga duración con una velocidad patrón constante. Sin embargo, según Toomre (1969) la hipótesis cuasi-estacionaria tiene limitaciones, debido a una dispersión de las ondas de densidad espiral que se propagan radialmente, lo cual conduce a que estas ondas sean absorbidas de tal manera que la estructura espiral sea de corta duración. Además de lo anterior, hasta el momento no existe una simulación numérica dependiente del tiempo que reproduzca brazos espirales de larga duración (Kawata et al., 2012).

Un notable problema en el estudio de los brazos espirales en galaxias de disco es que es difícil encontrar pruebas observacionales para distinguir entre los diferentes modelos. Por lo tanto, debido a que no se ha podido establecer cual teoría explica completamente la naturaleza y evolución de la estructura espiral, recientemente se han llevado a cabo varios estudios basados en

¹Efecto secundario de la fuerza gravitacional, responsable de la existencia de mareas.

las predicciones de la teoría de ondas de densidad y la teoría de inestabilidades gravitacionales. Uno de estos trabajos es el realizado por Foyle et al. (2011) en el cual utilizan simulaciones de DP10 y observaciones de alta calidad de una muestra de 12 galaxias espirales para buscar pruebas del modelo de ondas de densidad y como resultado encuentran que la teoría de ondas de densidad en su forma más simple no es un aspecto importante para explicar la estructura espiral en galaxias de disco, ya que si el patrón espiral es cuasi-estacionario la formación estelar (SF) se debe producir con una mayor velocidad en los brazos espirales, entonces debería haber una secuencia temporal de acontecimientos, como el flujo de materia dentro y fuera del patrón espiral (Roberts, 1969), si estos eventos SF ocurren en un estado estacionario entonces se traducen en un conjunto de desplazamientos espaciales para los trazadores de diferentes etapas de esta secuencia SF. Foyle et al. (2011) usan un algoritmo desarrollado por Tamburro et al. (2008) para medir el desplazamiento angular entre el gas y aglomerados estelares en cuatro galaxias simuladas y se encuentra que tal desplazamiento es despreciable.

Al igual que el estudio anterior otros modelos basados en simulaciones establecen que la teoría de ondas de densidad no describe la dinámica del patrón espiral, sino que los brazos espirales se caracterizan por una estructura espiral transitoria con una velocidad patrón que disminuye con el radio (Kawata et al., 2012; Dubinski et al., 2008; Gauthier et al., 2006). Estas simulaciones determinan que cuando las estrellas interactúan con los brazos espirales su energía y momento angular cambia, de tal manera que las estrellas se aceleran por largos periodos de tiempo lo que conduce a una migración radial de las mismas. En este proceso el disco se mantiene dinámicamente frío, por lo tanto los brazos espirales de corta duración pueden desarrollarse recurrentemente durante muchos periodos de rotación (Baba et al., 2013).

Todos los estudios realizados hasta ahora ya sea teóricos, computacionales u observacionales muestran resultados progresivos, sin embargo, la comprensión de la dinámica espiral sigue siendo insuficiente. Posiblemente una de las razones de que aún no se pueda explicar la estructura espiral es que la mayoría de estudios presentan limitaciones, ya que se hacen varias aproximaciones con las cuales no se pueden obtener modelos totalmente realistas. Por lo tanto, la motivación de este trabajo esta basada en el hecho de que la teoría de ondas de densidad presenta muchas limitaciones para explicar por completo la estructura espiral y que hasta el momento no se ha podido establecer cual es el mecanismo que la genera.

El objetivo general en este trabajo es determinar el potencial gravitacional de los brazos espirales, de tal manera que sea posible describir la estructura espiral de una forma más realista. Con el fin de determinar este potencial se soluciona la ecuación de Poisson para la densidad volumétrica de materia de los brazos espirales, por consiguiente, es necesario encontrar la masa y el volumen a partir de la evidencia observacional. En primera instancia se calculan los parámetros necesarios para estimar la forma y por consiguiente el volumen de los brazos espirales, es decir se determina el ancho, la longitud y el espesor de los brazos espirales en una muestra de nueve galaxias espirales *grand design*².

La longitud de los brazos espirales es medida sobre la distribución de densidad de las galaxias en coordenadas polares. Mientras que el comportamiento del ancho del brazo espiral en función del radio es encontrado a partir de un análisis bidimensional de Fourier usado para

²Las espirales *grand design* son galaxias que se caracterizan por tener brazos largos, continuos y simétricos.

determinar una distribución de densidad espacial teórica de las galaxias de la muestra. El análisis bidimensional de Fourier ha sido un método empleado por varios autores, con el fin de analizar la estructura espiral. Por ejemplo, Kalnajs (1975) introduce este método para estudiar la distribución de regiones de gas ionizado (*HII*), de asociaciones de estrellas OB y de gas neutro (*HI*) de la galaxia Andromeda. La distribución de regiones *HII* también han sido analizada en varias muestras de galaxias por Considere, S. & Athanassoula, E. (1982), Puerari & Dottori (1992) y por Puerari (1993) quien analiza las regiones *HII* de la galaxia espiral M33. Este método también fue usado por Iye et al. (1982) para medir la fuerza de la estructura en galaxias espirales normales y barradas. Vera-Villamizar et al. (2001) usan el análisis de Fourier con el fin de plantear una forma de analizar resonancias en galaxias espirales *grand design*, procedimiento que posteriormente se utiliza para estudiar regiones circunucleares, en varias galaxias espirales por Hernandez-Jimenez, J. A. et al. (2010). Al utilizar transformadas bidimensionales de Fourier aplicadas a imágenes de galaxias espirales, Davis et al. (2012) establecen un método que permite probar cual teoría espiral es la más acertada, a partir de la medición del *pitch angle*³ de los brazos espirales.

Por otra parte, con el objetivo de determinar el espesor de los brazos espirales se usa un método propuesto por Peng (1988), basado en el análisis de la expresión asintótica del potencial gravitacional, resuelto por la ecuación de Poisson para una perturbación logarítmica de densidad. Pero este método resulta cuestionable, ya que se considera que los brazos espirales en galaxias de disco pueden ser descritos por la teoría de ondas de densidad y, como se mencionó antes, esta teoría no es suficiente para describir la estructura. Además las observaciones muestran que los brazos espirales solo existen en la región $r > r_0$ (r_0 es el radio donde comienzan los brazos espirales) y él incorrectamente extendió la fórmula asintótica, para el potencial gravitacional perturbado, hasta el centro galáctico (Zhao et al. 2004). Entonces, Zhao et al. (2004) re-investigan lo propuesto por Peng (1988), corrigen el error y vuelven a calcular el espesor de galaxias espirales, al determinar la razón de la amplitud del potencial gravitacional perturbado para un disco con espesor finito y un disco infinitamente delgado en el radio r_0 .

Hu et al. (2006a) miden el espesor de 23 galaxias espirales, y notan que las diferencias en los espesores obtenidos con el método de Zhao et al. (2004) y los obtenidos con el método de Peng (1988), medidos por Ma et al. (2003), son menores que 8.7%. Entonces, ya que se encuentra que la diferencia entre los dos métodos es pequeña, en este trabajo se decide usar el método realizado por Peng (1988), ya que la expresión que se obtiene es función del número de brazos y el *pitch angle*, valores que son obtenidos a partir del análisis bidimensional de Fourier.

El potencial asintótico, resuelto por la ecuación de Poisson para una perturbación logarítmica de densidad, además de ser usado para calcular el espesor de los brazos espirales, también se usa en este trabajo para determinar su masa, debido a que la masa es función de la velocidad circular del material presente en los brazos, que puede ser obtenida al derivar el potencial del disco galáctico con espesor finito. Entonces con el volumen y la masa de los brazos espirales se determina su densidad, la cual se introduce en la ecuación de Poisson tridimensional cuya solución da el potencial de los brazos espirales.

³Ángulo entre la tangente al brazo y un círculo de cualquier radio que se dibuja cerca del núcleo, ver (Binney & Tremaine 2008).

Este libro se organiza de la siguiente manera: En el capítulo 1 se describen las características generales de las galaxias espirales y se hace una breve revisión de la teoría de ondas de densidad. Debido a que este trabajo esta basado en la evidencia observacional el capítulo 2 habla de la muestra de galaxias utilizadas y se explica el procedimiento realizado para mejorar las imágenes. En el capítulo 3 se muestra el método utilizado para medir el ancho y la longitud de los brazos espirales. En el capítulo 4 se determina el espesor de los brazos espirales para la muestra de galaxias. Y en el capítulo 5 se determina el potencial gravitacional de los brazos espirales. Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones encontradas en el proceso de construcción del potencial y los futuros trabajos derivados del desarrollo de este proyecto.

CAPÍTULO 1

GALAXIAS ESPIRALES

En este capítulo se describen las propiedades generales de las galaxias espirales de acuerdo al información contenida en Elmegreen (1998), Binney (2008) y Carroll & Ostlie (2007).

El universo es todo el espacio-tiempo; esta compuesto tanto de energía como de materia y aunque la gran mayoría del espacio es vacío la mayor parte de la materia detectable existe en forma de galaxias las cuales ocupan cerca del 5% del volumen del espacio. Podemos definir a las galaxias como enormes colecciones de estrellas unidas gravitacionalmente, de gas y de polvo. Durante billones de años las estrellas distantes se han agrupado para formar galaxias, probablemente muchas galaxias se formaron dentro del primer billón de años siguientes al Big Bang, en la actualidad muchas galaxias son formadas de la colisión de otras galaxias. Las galaxias usualmente contienen desde varios millones a más de un trillón de estrellas y pueden variar de tamaño desde unos miles a varios cientos de miles de años luz de diámetro, igualmente existe un gran rango de posibles masas las cuales tiene diferentes porcentajes de masa luminosa en forma de gas.

Las galaxias son analizadas estudiando su radiación y respuesta a los campos gravitacionales. Lo que se observa en una galaxia depende de la longitud de onda en que se estén realizando las observaciones. Por ejemplo las estrellas observadas en el cercano infrarrojo son en su gran mayoría estrellas viejas de poca masa que viven por mucho tiempo, mientras que las estrellas más jóvenes las cuales poseen mucha masa y generalmente tiene vida corta radian su luz en longitudes de ondas corta debido a su alta temperatura. El gas y el polvo presente en las galaxias también pueden ser observados en el espectro electromagnético en la parte del radio. Las nubes de gas que existen en forma de nubes atómicas y moleculares pueden detectarse directamente en la parte de infrarrojo, en la que también, se pueden detectar las transiciones rotacionales y vibracionales del hidrógeno molecular así como la radiación de polvo a altas temperaturas.

Examinar la radiación proveniente de las galaxias permite determinar las propiedades morfológicas de las galaxias. De acuerdo a sus propiedades morfológicas las galaxias fueron clasificadas en tres categorías principales por Edwin Hubble en 1926. Su clasificación esta basada entera-

mente en la apariencia visual de la galaxia sobre una fotografía. Edwin Hubble propone un esquema denominado “Secuencia de Hubble” en el cual divide las galaxias en elípticas (E), espirales (S) e irregulares (Irr). Las galaxias elípticas tienen una figura suavemente tridimensional, tienden a ser lisas y regulares en forma de elipses con concentración central de luz y varios grados de aplanamiento. Las galaxias espirales tienen un bulbo en la región central y un disco con estructura espiral. Existe un tipo de galaxias entre elípticas y espirales conocidas como lenticulares ya que en su región central parecen elípticas pero están rodeadas por un disco aplanado de estrellas, estas pueden ser normales (S0) o barradas (SB0). Y las galaxias irregulares son galaxias cuya figura no se encuentran dentro de las anteriores clasificaciones, ellas por lo general son más pequeñas que las elípticas y las espirales.

Hubble también hace una subdivisión de las galaxias elípticas definidas por la elipticidad ($\epsilon = 1 - b/a$, donde a y b son los ejes mayor y menor de la elipse respectivamente), entonces el tipo de Hubble está dado en términos de ϵ desde $E0$ a $E7$, donde una galaxia $E0$ tiene una distribución de estrellas casi esférica, mientras una $E7$ tiene una distribución altamente alargada. Las galaxias espirales son también subdivididas en dos secuencias paralelas: espirales normales (SA) y espirales barradas (SB). Hubble dividió la categoría de las irregulares en Irr I si tiene algún indicio de una estructura organizada y Irr II para estructuras completamente desorganizadas. Hubble organizó su secuencia morfológica en un diagrama al cual llamo “tuning-fork” (ver Figura 1.1), él originalmente pensó que este diagrama podría ser interpretado como la secuencia de evolución de las galaxias donde las galaxias comienzan como galaxias elípticas y a continuación giran se aplanan y se extienden a medida que envejecen, designando a las galaxias a la izquierda del diagrama como tipo temprano y aquellas hacia la derecha como tipo tardío, pero en realidad las galaxias no se comportan de esta forma.

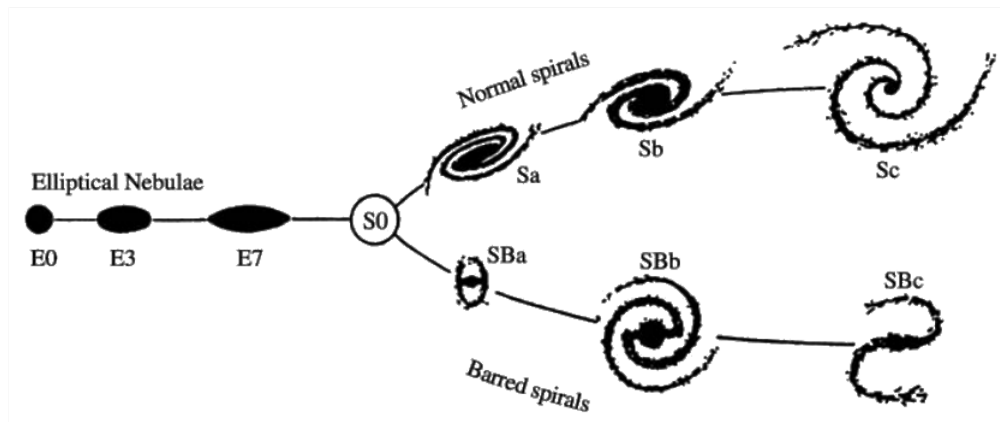


Figura 1.1: Diagrama Tuning Fork Hubble original, publicado en 1936 en su libro *The Realm of the Nebulae*. http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Sandage/Sandage4_4.html

1.1. Características generales de las galaxias espirales

Las galaxias espirales se caracterizan por tener tres componentes principales, un bulbo de forma elipsoidal en la región central, un prominente disco en la parte externa compuesto de estrellas, gas y polvo, y un halo que rodea sus componentes en el cual se concentran cúmulos globulares conformados por estrellas de población *II*¹. El disco es delgado en las partes externas y contiene brazos espirales muy luminosos en los cuales las estrellas se forman continuamente, debido a que en el disco se concentra el gas y el polvo, los constituyentes básicos de la formación estelar. Los brazos espirales son estructuras coherentes a gran escala que se extienden desde el núcleo hasta el borde de la galaxia en forma de espiral, en estos se encuentran aglomerados estelares, regiones *HII* que se asocian a zonas de formación estelar, y franjas de gas molecular y polvo observados como bandas o huecos negros en los brazos espirales.

Se ha observado que las galaxias presentan diversas formas y longitudes de los brazos espirales, por lo cual, Hubble subdivide la secuencia espiral en SAa, SAb, SAc y SBa, SBb, SBc, esta subdivisión depende de tres parámetros (1) El tamaño del bulbo relativo a la longitud del disco, (2) El grado de enrollamiento de los brazos espirales Λ y (3) El grado de resolución del disco en las estrellas y las regiones *HII*. De tal manera que las galaxias con bulbos más prominentes, grado de enrollamiento grande $\Lambda > 6^\circ$ y distribución suave de estrellas en los brazos espirales se clasifican como Sa, mientras las Sc tienen bulbos pequeños, brazos espirales poco enrollados y brazos espirales con cúmulos de estrellas y regiones *HII*. Estas características se correlacionan con propiedades tales como la luminosidad del bulbo relativa al disco y las masas relativas entre el gas interestelar y las estrellas, estas propiedades contribuyen fuertemente a las teorías de la estructura espiral.

El esquema de Hubble fue extendido por De Vaucouleurs en los años 50 adicionando dos nuevas categorías Sd y Sm para galaxias espirales, donde la categoría Sm llamada espirales magallánicas representa galaxias del tipo de la nube de Magallanes la cual es una galaxia enana con una estructura espiral oculta que esta orbitando alrededor de la Vía Láctea. De Vaucouleurs también añadió las categorías intermedias Sab, Sbc, Scd y Sdm e introdujo al esquema de Hubble un nuevo tipo de espiral intermedio entre espirales normales y barradas el cual denomino SAB que se caracterizan por tener una región central alargada en forma de distorsión oval y son subdivididas de igual manera que las espirales normales con a, b y c.

En 1959 de Vaucouleurs detectó la presencia de un anillo intermedio en algunas galaxias. Él encontró un anillo que rodea el bulbo y marca el inicio de los brazos espirales, galaxias con anillos de este tipo se denotan como S(r) mientras espirales sin anillo interno se denotan como S(s). También encontró que algunas galaxias espirales presentan anillos externos que rodean la estructura espiral las cuales son indicadas con R antes del tipo de clasificación de Hubble. Diferentes estructuras de anillos han sido identificadas por Ron Buta (1995), de Vaucouleurs (1980) y Deborah Crocker (1993), ellos encontraron que los anillos internos y externos pue-

¹Las estrellas se clasifican por la abundancia de elementos que tienen. Las estrellas de Población *I* tienden a ser luminosas, calientes y jóvenes, son formada a partir del gas generado con los elementos pesados de estrellas gigantes anteriores. Las estrellas de población *II* son estrellas más viejas, menos luminosas y más frías, además tienen elementos menos pesados que las de población *I*.

den estar relacionados con ubicaciones cinemáticas claves, denominadas resonancias, que son lugares donde la materia del disco rota a la misma velocidad que el patrón espiral.

Parámetros básicos de las galaxias tales como tamaño, brillo, color, velocidad de recesión inclinación y orientación se encuentran incluidos en los catálogos Second Reference Catalogue of Bright Galaxies [RC2] y Third Reference Catalogue of Bright Galaxies [RC3] implementados por de Vaucouleurs et al. en 1976 y 1991 respectivamente.

De acuerdo a las propiedades de la clasificación morfológica la estructura espiral se presenta en diversas formas que se diferencian por su número de brazos espirales. Las espirales más magníficas que se han observado se denominan *grand design* ya que tiene casi siempre dos brazos principales continuamente simétricos, solo el 10% de las galaxias espirales son *grand design* mientras otro 60% son de escala intermedia que se caracterizan por tener múltiples brazos y el otro 30% son espirales flocculentas en las cuales el patrón espiral está compuesto por muchos segmentos de brazos. Elmegreen & Elmegreen (1987) crearon un esquema de clasificación galáctica que depende del grado de simetría o continuidad de los brazos espirales. El rango de clasificación va desde espirales flocculentas (clase de brazo 0) hasta espirales *grand design* (clase de brazo 12).

Los esquemas de clasificación mencionados anteriormente se han creado estudiando la estructura espiral en longitudes de onda del visible, por lo cual resultan incompletos debido a que la morfología de las galaxias puede cambiar dependiendo de la longitud de onda en la cual es analizada, porque las imágenes en longitudes de onda visible enfatizan estrellas de población *I*, gas ionizado y polvo (Block & Wainscoat, 1991), mientras que estrellas de población *II* son muy difíciles de observar en estas longitudes de onda, y por el contrario en el cercano infrarrojo las estrellas de población *II* son dominantes. Entonces, como la población *II* está compuesta por estrellas viejas las cuales contribuyen en mayor parte a la masa estelar se observa que la distribución de masa es regular sugiriendo que la estructura espiral es más prominente en longitudes de onda del cercano infrarrojo que en el visible (Block et al. 1994). De acuerdo a lo anterior, Block et al. (1994) determina una nueva clasificación morfológica basada en la temperatura del disco estelar, el contenido de gas y la masa del disco.

1.1.1. El medio interestelar

La estructura espiral puede ser vista en casi todas las componentes del disco; como se menciona antes, el disco no solo está compuesto por estrellas si no que también contiene gran cantidad de gas y polvo. Juntos el gas y el polvo se denominan medio interestelar (ISM) el cual se presenta en tres fases, una componente fría, una tibia y una caliente. El gas interestelar se encuentra en forma de átomos, moléculas e iones que pueden estar distribuidos sobre el disco o agrupados en nubes. En su mayoría el gas interestelar es hidrógeno neutro y molecular.

Los átomos de Hidrógeno neutro (*HI*) radian su energía con una longitud de onda de 21cm en el espectro electromagnético debido a la transición hiperfina de los electrones causada por la diferencia de energías que tiene un electrón dependiendo de si su espín está en la misma u opuesta dirección que el espín del protón. Para la mayoría de las galaxias la emisión de *HI* provee un mapa cinemático detallado de la velocidad media de gas como una función de

la posición en el disco, el cual muestra como el gas es desviado o es chocado por el campo gravitacional de los brazos espirales, de tal manera que da una prueba de la dinámica de la estructura espiral. Las densas nubes de hidrógeno neutro generalmente tienen temperaturas de $80K$ a $100K$, estas nubes brindan el entorno adecuado para la formación de estrellas. Por lo tanto, la estructura espiral es vista en la densidad superficial del hidrógeno neutro (HI). Por otro lado, para muchas espirales *grand design* podemos observar regiones HI en el borde interno de los brazos, estas regiones coinciden con las estrellas brillantes lo que sugiere que el aumento de la densidad de HI no es debida a la compresión del gas sino a la disociación de hidrógeno molecular por la radiación ultravioleta de las estrellas jóvenes formadas en el brazo.

Las moléculas emiten radiación cuando ellas rotan cerca de su centro de masa alrededor de su separación promedio del núcleo. Pero, aunque el hidrógeno molecular H_2 es la molécula más abundante, es muy difícil de observar debido a su baja temperatura. Por consiguiente, se examinan otras moléculas que son más abundantes pero radian más a bajas temperaturas. Por ejemplo, el monóxido de carbono CO es un buen trazador de H_2 . Se ha determinado que existe únicamente una molécula de ^{12}CO por cada molécula de H_2 , pero la razón entre CO y H_2 es variable, este parámetro es de interés en el estudio de la dinámica de la estructura espiral ya que las observaciones de CO son importantes para determinar la masa total en regiones donde el gas es ópticamente delgado. La forma más abundante de CO se encuentra en isótopos comunes de C y O tales como ^{12}C y ^{16}O es decir ^{12}CO , también hay otros isótopos menos abundantes como ^{13}CO y $^{12}C^{18}O$. Moléculas menos abundantes son usadas para trazar regiones de densidad porque entre menor abundancia existe menos saturación.

Por otro lado, el gas interestelar puede existir en un estado ionizado de baja densidad y altas temperaturas entre $7000K$ y $14000K$ debido a la radiación ultravioleta de las estrellas calientes. Regiones donde el gas está ionizado se denominan regiones HII que son visibles en la línea de emisión $H\alpha$ de la serie de Balmer en $656nm$ a causa de la recombinación de un protón con un electrón libre para formar hidrógeno neutro en un estado excitado el cual decae a su estado estable emitiendo una serie de fotones. El análisis de las líneas de emisión $H\alpha$ es útil para examinar regiones de formación estelar en una galaxia. Las regiones HII se encuentran a lo largo de los brazos espirales y también pueden ser observadas en longitudes de onda de radio.

El gas interestelar también está conformado por electrones relativistas y campos magnéticos. Los electrones emiten radiación sincrotrón cuando ellos pasan a través del campo magnético generado por el gas, el cual es detectado por la polarización de la emisión en longitudes de onda de radio no térmico. La razón de energía perdida por unidad de volumen es proporcional a $n_e B$, donde n_e es la densidad de electrones y B la magnitud del campo magnético. Debido a que el campo magnético se congela² en el gas interestelar la compresión del gas en los brazos espirales hace que aumente tanto n_e como B por lo cual aumenta la radiación sincrotrón.

Pequeñas partículas de polvo a menudo forman líneas delgadas que se curvan a lo largo de los brazos espirales, estas líneas de polvo se ubican en el borde interno de los brazos espirales por lo que parcialmente absorben y dispersan la luz de las estrellas jóvenes disminuyendo su intensidad, esta disminución depende de la densidad, el espesor de las nubes de polvo y

²Efecto dinámico de ...

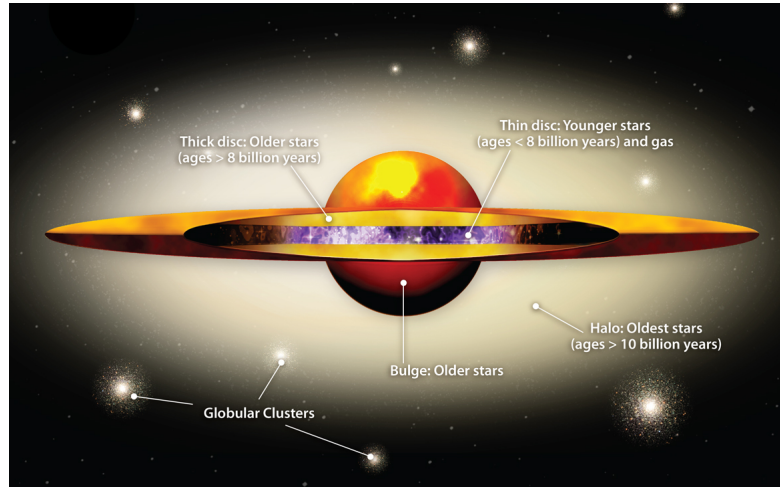


Figura 1.2: Representación esquemática de la estructura de disco en galaxias espirales.
<http://www.ast.cam.ac.uk/~mlmc2/M31thickdisc.html>

también de la longitud de onda de la luz ya que longitudes de onda corta son más afectadas por la extinción. Como consecuencia de la extinción la luz emitida por las estrellas se vuelve más roja. Las líneas de polvo son observadas sobre las imágenes como franjas oscuras. Podemos asumir que la razón entre el polvo y el gas es constante por lo cual la ubicación del polvo coincide con la del gas en el brazo.

El medio interestelar provee una conexión fundamental entre la dinámica de disco y la estructura espiral ya que los brazos espirales son trazados por gas neutro *HI*, estrellas jóvenes y regiones *HII* que también coinciden con las líneas de polvo. Además, el gas y el polvo son los componentes causantes de la formación estelar por medio de la compresión de nubes de gas molecular.

1.1.2. El disco en galaxias espirales

Se ha determinado que muchas galaxias espirales exhiben discos que están compuestos de dos poblaciones que son cinemática y químicamente diferentes, por lo cual el disco se ha dividido en dos. El más delgado de los dos discos (el disco fino) contiene polvo, gas y estrellas jóvenes mientras el disco grueso está compuesto únicamente por estrellas más viejas que las del disco delgado.

El disco fino está conformado por estrellas de un gran rango de edades, las más jóvenes apenas han sido formadas a partir del medio interestelar. El hidrógeno neutro usualmente se extiende más allá del disco estelar y en general todo el gas interestelar está distribuido en una capa mucho más delgada que el disco de estrellas viejas (Van der Kruit 2000).

El disco grueso contiene la mayor parte de la masa de estrellas en el disco por lo tanto contiene la mayor parte de la luz; entonces, el brillo superficial del disco observado en imágenes de

galaxias es principalmente representado por la distribución de estrellas viejas. Debido a que la velocidad de dispersión de las estrellas aumenta con la edad la velocidad de dispersión de las estrellas en el disco grueso es mucho más grande que las del disco fino, por consiguiente el espesor del disco grueso es más grande que la del gas y las estrellas jóvenes, y también el disco grueso es cinemáticamente más caliente (Van der Kruit 2000).

Además de que los dos discos son cinemáticamente distintos, son químicamente diferentes porque están compuestos de poblaciones de estrellas diferentes, por lo tanto tienen distintas metalicidades. Tanto la diferencia de edades de las estrellas de los dos disco como sus propiedades químicas sugieren que los escenarios de formación para el disco fino y el grueso fueron diferentes. Se ha pensado que el disco grueso se formó cuando se formó la galaxia y por ello cesó la formación estelar, mientras el disco fino se formó mucho después, y continúa formando nuevas estrellas (Thomas Bensby & Sofia Feltzing 2010).

1.2. Curva de rotación de las galaxias

La curva de rotación de una galaxia describe la velocidad de rotación de las estrellas y del gas en el disco como función del radio. Los astrofísicos a menudo usan las curvas de rotación para estudiar la cinemática de la galaxia ya que estas proveen información para inferir la historia evolutiva de las galaxias y el rol que han jugado las interacciones. También son usadas para relacionar las desviaciones de la forma kepleriana de la curva de rotación a grandes radios con la cantidad y distribución de materia oscura ³ debido a que se encuentra que la curva para radios grandes es plana.

Las curvas de rotación pueden ser obtenidas por medio del corrimiento al rojo de las líneas espectrales de emisión óptica y de radio de las componentes de la galaxia, las cuales permiten determinar la distribución de velocidades en la dirección de la visual y así poder construir el campo de velocidades sobre el cual se miden las velocidades a lo largo del eje mayor si se considera que todos los movimientos son circulares. Obtener el campo de velocidad de las imágenes de las galaxias requiere realizar observaciones en muchos puntos del disco de tal manera que la velocidad circular en el plano de la galaxia (r, θ) (usualmente no se considera la componente z) se encuentra a partir de la velocidad observada en un plano inclinado (s, α) debido a que las galaxias están inclinadas con respecto a nuestra línea de visión. Entonces la velocidad circular esta dada por:

$$v_{cir}(r, \theta) - v_{sis} = \frac{v_{obs}(s, \alpha) \sqrt{\cos^2 i + \tan^2 \alpha}}{\sin i \cos i} \quad (1.1)$$

donde v_{sis} es la velocidad sistemática que es una combinación de la velocidad del desplazamiento Doppler de la expansión del universo y movimientos aleatorios a causa de la interacción

³Materia que no emite suficiente radiación electromagnética para ser detectada con los medios técnicos actuales, pero cuya existencia se puede deducir a partir de los efectos gravitacionales que causa en la materia visible.

con otras galaxias e i es la inclinación. El ángulo θ esta relacionado con el ángulo α por $\tan \theta = \frac{\tan \alpha}{\cos i}$.

Otro método que se ha sido usado en las dos ultimas décadas consiste en realizar observaciones de la linea espectral de regiones *HII* y aperturas de $21cm$ para obtener la curva de rotación ya que estas mediciones resultan más sensibles que las realizadas en la región del óptico del espectro electromagnético. Las curvas de rotación obtenidas a partir de los campos de velocidades o los espectros de *HII* presentan formas muy variadas. Se puede describir la forma general de la curva de rotación en sus distintas regiones radiales, así:

- En la región central la curva aumenta linealmente hasta la región intermedia de la galaxia lo que significa que la velocidad angular permanece constante entonces es asociada con la rotación de un cuerpo rígido.
- La curva de rotación en la región intermedia manifiesta la distribución de masa superficial en el disco, alcanzando un máximo en un radio que es aproximadamente dos veces el radio de escala del disco. Más allá del máximo la curva es usualmente plana.
- La región externa presenta una parte plana que generalmente es evidencia de materia oscura porque muestra que la masa total incrementa con el radio incluso si hay poca luz.

1.3. Geometría de los brazos espirales

1.3.1. Orientación de los brazos espirales

En el estudio de la dinámica de los brazos espirales resulta importante conocer la orientación relativa a la dirección de rotación de la galaxia. Si el extremo exterior del brazo va en dirección opuesta a la rotación galáctica se dice que el brazo es *trailing*, y si el extremo exterior del brazo apunta en la dirección de la rotación, se dice que el brazo es *leading* (ver Figura 1.3). Distinguir entre brazos espirales *trailing* y *leading* requiere determinar la orientación del plano de la galaxia relativa a nuestra línea de visión, por lo que las mediciones de velocidad radial se pueden interpretar de forma inequívoca en términos de la dirección de rotación de galaxias. Aunque de la poca evidencia observacional se determina que la mayoría de los brazos en las galaxias son *trailing*.

1.3.2. Pitch-Angle.

El grado de enrollamiento de los brazos espirales se mide con el *pitch angle*, el cual se define como el ángulo ϕ entre la tangente a los brazos y la tangente a un círculo que se dibuja sobre la galaxia en un radio cualquiera r , por definición $0 < \phi < 90^\circ$. De acuerdo con esta definición se determina que brazos espirales con alto grado de enrollamiento tienen un *pitch angle* pequeño. *pitch angles* en un rango cercano a 5° se observan en galaxias de tipo Sa mientras que *pitch angles* cerca de 20° se ven en espirales Sc. En la mayoría de las galaxias este parámetro se

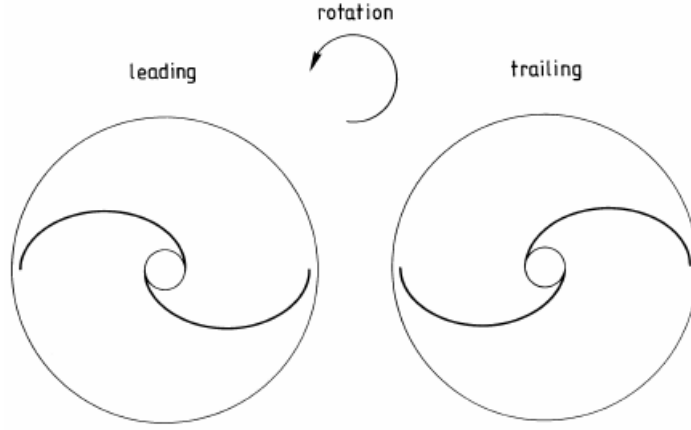


Figura 1.3: Brazos *leaging* y *trailing* (Binney 2008).

mantiene constante para toda la extensión del brazo espiral. Variaciones en el *pitch angle* proveen información importante acerca del origen de la estructura espiral en una galaxia de disco.

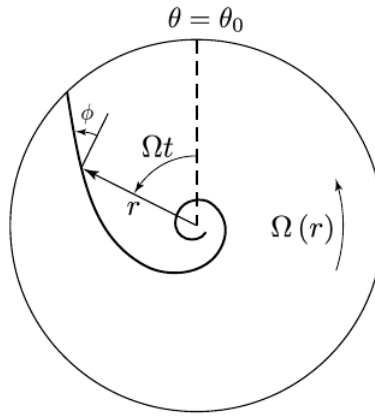


Figura 1.4: Rotación de un brazo material con *pitch angle* ϕ (Binney 2008).

Este ángulo es útil para definir la localización de los m brazos porque se puede pensar en el brazo como una curva matemática en el plano de la galaxia que se escribir como:

$$m\theta + mg(r, t) = \text{constante} \quad (1.2)$$

donde t es el tiempo y $mg(r, t) = f_m(r)$ es la función de forma definida por:

$$f_m(r) = \frac{m}{\tan \phi} \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) + \zeta \quad (1.3)$$

donde r_0 es el radio donde inician los brazos espirales y ζ es solo un ángulo de fase. También se usa para introducir el número de onda radial

$$\kappa(r) = \frac{\partial f(r)}{\partial r} = \frac{m}{r \tan \phi} \quad (1.4)$$

Si $\kappa < 0$ entonces el brazo es leading y por el contrario si $\kappa > 0$ el brazo es trailing.

Si el disco rota diferencialmente con una velocidad $\Omega(r)$ la localización del brazo se define por:

$$\theta(r, t) = \theta_0 + \Omega(r)t \quad (1.5)$$

y el *pitch angle* estará dado por:

$$\cot \phi = \left| r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right| = rt \left| \frac{d\Omega}{dr} \right| \quad (1.6)$$

1.4. Problema del enrollamiento

Los discos de las galaxias rotan de 20 a 100 veces en la vida del universo con una velocidad angular $\Omega(r)$. Se ha demostrado que las estrellas rotan diferencialmente alrededor del disco, es decir, las estrellas más cercanas al centro galáctico giran con mayor velocidad que las que se encuentran en el borde del disco, por lo tanto si los brazos espirales están compuestos por las mismas estrellas, entonces, a causa de la rotación diferencial del disco se enrollarán de 20 a 100 veces y la estructura espiral no podría persistir por mucho tiempo, pero de acuerdo a las observaciones se establece que galaxias muestran un patrón espiral con unos pocos brazos. Este problema es conocido como dilema del enrollamiento (ver figura 1.5).

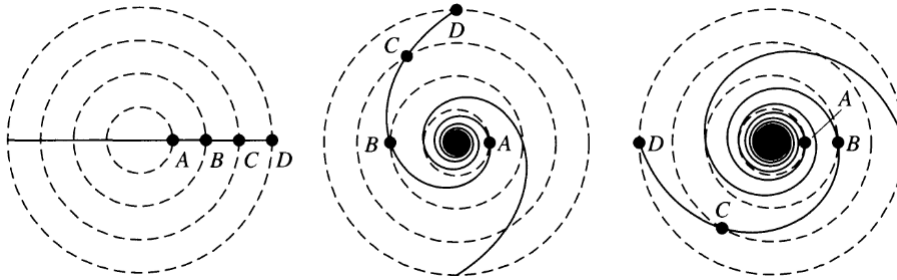


Figura 1.5: El problema del enrollamiento de brazos espirales. Los brazos se enrollan mucho más a medida que pasa el tiempo (Carroll & Ostlie 2007).

Lo anterior puede ser entendido si se considera un conjunto de estrellas que se encuentran originalmente a lo largo de una única línea, entonces ya que el disco rota diferencialmente las estrellas externas requieren más tiempo para completar una órbita que las estrellas internas,

lo que conlleva a generar un brazo espiral. Sin embargo, luego de unas pocas orbitas el brazo espiral llega a estar muy enrollado de tal manera que no se puede observar. Por lo tanto se establece que los brazos espirales pueden ser de corta duración o ellos no son brazos materiales y son causados por otro tipo de mecanismo.

Existen varias formas de resolver el problema del enrollamiento: puede ser que el patrón espiral este estadísticamente en un estado estacionario pero que cualquier brazo individual sea completamente joven, es decir que la estructura espiral puede ser causada por inestabilidades gravitacionales locales en el disco que dan lugar a una explosión de formación de estrellas creando brazos espirales que duraran hasta que las estrellas jóvenes brillantes mueran; otra posibilidad es que los brazos espirales sean ondas de densidad estacionarias en la densidad estelar y potencial gravitacional del disco según la hipótesis de Lin y Shu, que se explicara en la siguiente sección. Si es correcta esta hipótesis entonces el patrón espiral permanece después de muchas revoluciones de la galaxia. También es posible que el patrón espiral sea el fenómeno resultante de una perturbación violenta como el encuentro con una galaxia compañera, aunque es raro que estos eventos sucedan.

1.5. Teoría de Ondas de Densidad

En 1947 Bertin Lindblad formuló una hipótesis muy acertada en la cual determina que la estructura espiral en galaxias es cuasi-estacionaria y esta dominada por las orbitas y fuerzas gravitacionales de las estrellas en el disco. Esta hipótesis fue adoptada por los astrónomos C.C. Lin y Frank Shu (1964), quienes consideraron la estructura espiral como una onda de densidad que permanece cuasi-estacionaria en un marco de referencia giratorio alrededor del centro de la galaxia con una velocidad angular propia Ω_p conocida como velocidad angular del patrón perturbador.

Una onda de densidad es una perturbación gravitacional que se propaga a través del disco. El efecto de la onda es acumular temporalmente estrellas, polvo y nubes de gas en la cresta de la onda, se trata de una compresión y rarefacción de la densidad superficial del disco que se acumula en forma de brazos espirales. De acuerdo con lo anterior se puede definir una onda de densidad como las regiones en el plano galáctico donde la densidad de masa es más grande generando así los brazos espirales que resultan ser máximos locales de la onda de densidad en el plano de la galaxia.

1.5.1. Epiciclos

El hecho que la estructura espiral sea cuasi-estacionaria no implica que el movimiento de las estrellas sea también estacionario en el marco de referencia no inercial. Las estrellas viajan en orbitas casi circulares realizando oscilaciones debido a una perturbación gravitacional, en el caso de esta teoría, la oscilación es debida a las ondas de densidad ya que las estrellas se amontonan en la cresta de la onda causando que sean desviadas cuando ellas se están acercando y moviendo a través de la onda. Esas oscilaciones son periódicas y en un marco

de referencia comovil la estrella oscila rápidamente alrededor del centro orbital realizando oscilaciones epicíclicas en forma de elipses con una frecuencia que es conocida como frecuencia epicíclica κ (ver figura 1.6).

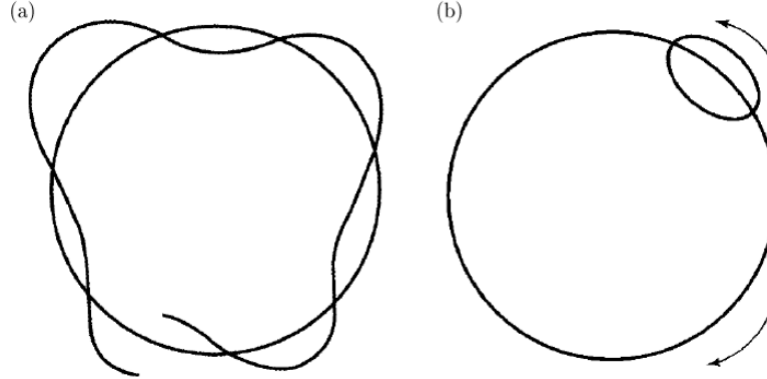


Figura 1.6: (a) Epiciclo visto desde un marco de referencia inercial fuera de la galaxia. (b) Epiciclo en el sistema de referencia no inercial que rota con la velocidad angular del patrón perturbador. (Elmegreen 1998)

El movimiento oscilatorio es explicado a través de la conservación del momento angular de las estrellas. Considerando que una estrella en un determinado radio viaja más lento que el movimiento promedio en este radio entonces la estrella cae radialmente hacia el centro de la galaxia porque su fuerza centrífuga es muy débil para equilibrar la fuerza gravitacional interna. Debido a que el sistema está rotando con una velocidad angular ω la estrella aumenta su velocidad angular a medida que se mueve hacia el centro a causa de la aceleración de coriolis dada por

$$a_c = -2\omega \times \vec{v} \quad (1.7)$$

donde \vec{v} es la velocidad lineal de la estrella. Por conservación del momento angular $\vec{L} = m\vec{v}_\theta r$, para la masa m , radio r y velocidad tangencial v_θ , cuando la estrella cae hacia adentro la aceleración de coriolis se dirige hacia adelante en la órbita de tal manera que la estrella aumenta su velocidad circular generando una fuerza centrífuga que excede la fuerza gravitacional interna haciendo que se cree una nueva fuerza de coriolis ahora hacia afuera por lo cual la estrella se mueve hacia afuera nuevamente. Como resultado del balance entre la fuerza de coriolis, la fuerza centrífuga y la fuerza gravitacional la estrella oscila de forma regular en su órbita.

La frecuencia epicíclica es determinada a partir de la siguiente ecuación

$$\kappa^2 = 4\omega_{gal}^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\omega_{gal}} \frac{d\omega_{gal}}{dr} \right) \right] \quad (1.8)$$

Donde ω_{gal} es la velocidad angular del disco dada por la curva de rotación de la galaxia.

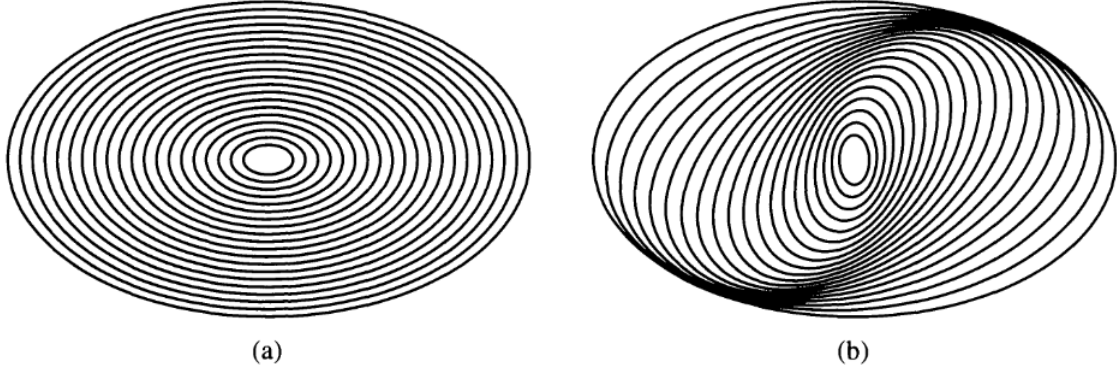


Figura 1.7: (a) Orbitas elípticas de estrellas alineadas. (b) Orbitas girando con una velocidad mayor que la anterior (Carroll & Ostlie 2007).

1.5.2. Orbitas cerradas en marcos no inerciales

El número de oscilaciones por orbita cerca al núcleo es igual a la razón de la frecuencia epicíclica y la velocidad angular de la estrella, si la razón $k/\Omega(r)$ es un número entero la orbita es cerrada. Sin embargo la mayoría de las orbitas estelares no son cerradas y forman un patrón de roseta, pero en un marco de referencia no inercial que esta rotando con un patrón de velocidad angular local $\Omega_{lp} = \Omega$ relativo al marco inercial de las estrellas la orbita parece ser cerrada, retrograda y estar centrada a una distancia r_m del centro de la galaxia. Este marco de referencia corresponde al sistema coordenado propio en el cual el punto de equilibrio es estacionario y el camino cerrado simplemente traza el propio epiciclo. Para obtener una órbita cerrada se puede considerar que las estrellas tienen n orbitas completas mientras ejecuta m oscilaciones epicíclicas (Donde n y m son enteros positivos o negativos) después de lo cual la estrella regresa a su punto de partida,

$$\Omega_{lp}(r) = \Omega(r) - \frac{n}{m}\kappa(r) \quad (1.9)$$

Debido a que es un patrón local de velocidad dependiente de r hay un número infinito de estas velocidades en cada radio, pero solo un pequeño número de valores para m y n producen mejoras sustanciales en la densidad de masa.

Si observamos las estrellas sobre el disco desde el marco de referencia giratorio de las ondas de densidad, conocido como marco de corrotación con velocidad angular Ω_p , considerando el caso en el cual $(n, m) = (1, 2)$ y la velocidad angular del patrón local es constante para todos los valores de r entonces se obtiene $\Omega_{lp} = \Omega_p$ de tal manera que el patrón orbital resultante es anidado con sus ejes mayores alineados, es decir, las estrellas se amontonan cerca del eje mayor de sus orbitas elípticas como se observa en la figura 1.7(a). Ahora si cada orbita es orientada tal que su eje mayor este rotando con una velocidad ligeramente más grande relativa a la de la orbita anterior se obtiene un patrón espiral de dos brazos como se observa en la figura 1.7(b).

La estabilidad de la estructura espiral depende de donde $\Omega_{lp} = \Omega(r) - \kappa(r)/2$ es realmente independiente de r , esto es, el lugar donde hay un valor apropiado de Ω_p . Para muchas galaxias se observa que este valor es $\Omega - \kappa/2$ el cual sobre un rango ancho de radios es casi plano, lo cual puede contar para el sostenimiento de espirales con dos brazos. Entonces si observamos el movimiento desde un marco de referencia no inercial que esta rotando con una velocidad igual a $\Omega - \kappa/2$ la orbita de la estrella parece ser una elipse cerrada. Pero este valor no es constante sobre todo el disco por lo que algunas orbitas epicíclicas se desvían una con respecto a la otra, lo que conduce a que exista un enrollamiento de ondas de densidad que es cinco veces más lento que el enrollamiento de los brazos materiales debido a que la desviación es pequeña. Por consiguiente, se crea un nuevo problema el cual podría ser solucionado si se encuentra un medio para estabilizar la galaxia del efecto de enrollamiento permanente y así poder asegurar la valides de la hipótesis de Lin y Shu. Aunque la solución a este problema ha sido el centro de investigación desde que la teoría de ondas de densidad fue propuesta no se ha podido encontrar la forma de estabilizar y mantener la estructura espiral.

1.5.3. Resonancias

Debido a que $\Omega_p = \Omega - \kappa/2$ no es constante sobre todo el disco, las estrellas en distintos radios tienen una velocidad relativa con respecto al patrón espiral dada por la diferencia $\Omega - \Omega_p$ por lo cual no se encuentran con los brazos espirales en el mismo punto en su epiciclo. Sin embargo existen ciertos radios en los cuales la frecuencia epicíclica esta sincronizada con el movimiento relativo del patrón espiral y en ausencia de fuerzas gravitacionales de la onda de densidad; las estrellas se encuentran con los brazos espirales en el mismo punto de su epiciclo así que recibe la misma atracción gravitacional en este punto del epiciclo creándose una condición conocida como resonancia, ya que las estrellas absorben la energía del pico intensivamente más débil y va cada vez van más rápido en un epiciclo más grande. Entonces, una resonancia ocurre cuando la diferencia entre la velocidad angular de las estrellas y la velocidad del patrón es un múltiplo entero de la frecuencia epicíclica, es decir:

$$\Omega - \Omega_p = \pm \frac{\kappa}{m}$$

En una galaxia de dos brazos, las resonancias fundamentales son conocidas como resonancia interna y externa de Lindblad (ILR, OLR), una resonancia interna ocurre cuando la velocidad angular local de la estrella iguala la velocidad del patrón perturbador para el caso cuando $\Omega = \Omega_p - \frac{\kappa}{2}$, mientras una resonancia externa puede existir si $\Omega = \Omega_p + \frac{\kappa}{2}$. También puede desarrollarse una resonancia ultra-armonica para $\Omega = \Omega_p + \frac{\kappa}{4}$.

Las estrellas cerca del centro de las galaxias que tienen periodos más cortos que la onda de densidad alcanzan un brazo espiral y se mueven a través de el y continúan hasta que encuentran el siguiente. Las ondas de densidad alcanzan estrellas suficientemente lejos del centro galáctico que se mueven más lentamente. Si la amplitud del patrón espiral es pequeño las estrellas viajan en orbitas circulares con una velocidad angular que varía con el radio $\Omega(r)$ que se puede asumir positiva, el radio en el cual $\Omega_p = \Omega(r)$ es el radio de corrotación o resonancia de corrotación. Debido a que la velocidad angular de la materia decrece en función del radio para casi todas

las galaxias, un patrón espiral con un radio r en el cual $\Omega_p > \Omega(r)$ se dice que varia dentro de corrotación mientras que un patrón con $\Omega_p < \Omega(r)$ varia fuera de corrotación.

La teoría de ondas de densidad elimina el problema del enrollamiento debido a que los brazos causados por las ondas de densidad no son brazos materiales por lo tanto no se enrollan tan rápido como los brazos materiales. Además esta teoría ayuda a explicar lo que se observa en las galaxias, así como la ubicación de las nubes de *HII* y las bandas de polvo sobre el borde interno de los brazos espirales, el hecho que hayan estrellas jóvenes y regiones *HII* sobre el brazo y la abundancia de estrellas viejas en el resto del disco. También explica la ubicación de las regiones de formación estelar debido a que el polvo y las nubes de gas dentro del radio de corrotación adelantan una onda de densidad, ellas se comprimen por los efectos del aumento en la densidad de masa local lo que provoca que las nubes de gas colapsen resultando la formación de nuevas estrellas. Debido a que el proceso toma algún tiempo (aproximadamente 10^5 años para una estrella de $15M_\odot$) la aparición de nuevas estrellas ocurre dentro del brazo en dirección opuesta al flujo de las nubes de gas y de polvo en el borde de la onda. El nacimiento de estrellas azules y brillantes dan lugar a la creación de regiones *HII* a medida que la radiación ionizante UV se mueve a través del medio interestelar, debido a que estas estrellas son masivas tienen tiempos de vida cortos entonces morirán antes de que puedan moverse totalmente fuera de la onda de densidad en la cual ellas nacieron. Mientras estrellas rojas menos masivas son capaces de vivir mucho más tiempo y así continúan a través de la onda de densidad hasta distribuirse sobre todo el disco.

1.6. Inestabilidades recurrentes

Las simulaciones de N-cuerpos han mostrado consistentemente que la estructura espiral tiene un patrón recurrente de corta vida. Las simulaciones manifiestan un ciclo recurrente de inestabilidades gravitacionales que originan un patrón de corta duración, lo que podría estar relacionado con características de pequeña escala en la distribución del momento angular de las partículas (Sellwood 2012). Además de las simulaciones, la evidencia observacional permite inferir que no todas las galaxias espirales tienen ondas de densidad. Los discos que rotan diferencialmente pueden generar piezas transitorias de brazos espirales en el gas y en las regiones de formación estelar. Si se tiene una asociación de nubes gigantes las presiones de ionización de las estrellas y las ondas de choque de las supernovas pueden desencadenar la formación de estrellas en las nubes vecinas. A medida que la galaxia gira regiones con distancias radiales ligeramente diferentes se separan por rompimiento, de las regiones de formación de estrellas interiores que se mueven a una velocidad angular mayor que las regiones externas, entonces de esta manera se desarrollan segmentos cortos de brazos espirales los cuales existen durante el tiempo que las estrellas individuales sobreviven. Esta teoría es muy buena en la explicación de la estructura de galaxias flocculentas pero no para galaxias *grand design*.

TRATAMIENTO DE IMÁGENES

Cuando se trabaja con imágenes de galaxias, es necesario realizar un proceso de estandarización de las imágenes, debido a que las imágenes contienen cierto ruido, tal como, objetos distantes (estrellas, nubes de gas, etc.), y por otro lado, las condiciones físicas de los instrumentos de captura (telescopios), que a causa de su sensibilidad hacen que en las imágenes se observen contribuciones extras de luz, debidas a la absorción y dispersión de esta por el medio interestelar (ya que la luz de las estrellas y del gas es amortiguada por el polvo dentro del medio interestelar de la galaxia), la atenuación debida a las reacciones fotométricas en la atmósfera y la presencia de luz por objetos cercanos que intervienen al momento de realizar las capturas.

El proceso de estandarización de imágenes consiste en un proceso de mejoramiento de la imagen llevado a cabo con el paquete astronómico IRAF “*Image Reduction and Analysis Facility*”, el cual proporciona un amplio conjunto de herramientas para el análisis y procesamiento de imágenes astronómicas. IRAF fue escrito y es soportado por la institución National Optical Astronomy Observatories (NOAO) en Tucson, Arizona.

El principal problema de la muestra de imágenes es que contienen muchas estrellas de campo, las cuales tiene una intensidad muy cercana a la de la galaxia, por lo que hacen más difícil el proceso de análisis de las imágenes. Por lo tanto, el primer paso para mejorar las imágenes de las galaxias es la eliminación de las estrellas de campo que más interfieren en el análisis, esto se hace usando la tarea “*IMEDIT*” en el paquete *IMAGES* de IRAF.

Generalmente las galaxias en las imágenes no se encuentran ubicadas en el centro. Por facilidad en el análisis de estas imágenes es conveniente colocar el centro de la galaxia en el centro de la imagen, el proceso de centrar la galaxia también es realizado con IRAF. Después de eliminar las estrellas de campo y centrar las galaxias, las imágenes son deproyectadas y la estructura de la galaxia es mejorada sustrayendo el perfil radial. Estos dos procesos son explicados a continuación.

2.1. Deproyección de las Imágenes.

Las galaxias están aleatoriamente inclinadas en nuestra línea de visión, así que altas inclinaciones no permiten distinguir la estructura espiral claramente. Por convención, el ángulo de inclinación de la galaxia γ es el ángulo medido entre el disco y la perpendicular a nuestra línea de visión. Galaxias con inclinación de 90° son llamadas Edge-on, mientras que galaxias con 0° de inclinación son llamadas Face-on. Cuando se observan las galaxias espirales Face-on, sus discos son completamente circulares, por lo tanto una galaxia inclinada tiene sus ejes desiguales así que es vista en nuestro plano de visión como un disco elíptico. El ángulo de inclinación se puede determinar con la relación:

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{b}{a} \right), \quad (2.1)$$

donde a y b son el eje mayor y menor de la galaxia respectivamente.

Las imágenes de galaxias inclinadas unos pocos grados se pueden mejorar realizando un proceso de deproyección, de tal manera que la galaxias parezca circular y la estructura espiral pueda analizarse de mejor forma. Este proceso consiste en estirar la imagen hasta que se vea totalmente circular. La deproyección es realizada multiplicando los píxeles a lo largo del eje menor por un factor igual al inverso del coseno del ángulo de inclinación γ , que es la razón entre los ejes $\frac{b}{a}$, mientras el eje mayor no es distorsionado. La imagen debe estar orientada de tal forma que su eje menor sea horizontal o vertical. Esta orientación se logra rotando la imagen de la galaxia a través de un ángulo, que es igual a su ángulo de posición PA^1 .

Con el fin de llevar a cabo el proceso de deproyección es necesario conocer tanto el ángulo de inclinación de la galaxia como el ángulo de posición, estos valores se determinan por medio de la tarea “*ELLIPSE*” de IRAF. *ELLIPSE* realiza un análisis isofotal al ajustar interactivamente las isofotas² de las imágenes de las galaxias, cada isofota es ajustada en una longitud fija predefinida del eje mayor. La tarea comienza al suponer una isofota mediante la aproximación de los valores x y y del centro de coordenadas, la elipticidad y el ángulo de posición, con lo cual se genera una distribución de intensidad en función del ángulo de posición. El contenido armónico de esta distribución es analizado por el método de mínimos cuadrados, de tal manera que la tarea reporta varios parámetros, entre los cuales se encuentra el ángulo de posición y la elipticidad, la cual esta por:

$$\epsilon = 1 - \frac{b}{a}. \quad (2.2)$$

Finalmente, el valor del ángulo de posición y la razón entre los ejes $\frac{b}{a}$ (determinada a partir de la relación 2.2), son introducidos en la tarea “*IMLINTRAN*” para rotar y estirar el eje mayor de la galaxia, respectivamente.

¹Es el ángulo mayor del disco elíptico proyectado en el plano del cielo, medido en contra de las manecillas del reloj desde el norte, en sentido este hasta el eje mayor.

²Contornos de brillo superficial constante (Línea que une puntos de igual valor de brillo).

2.2. Realce de la Estructura Espiral

Las galaxias espirales tienen bulbos muy brillantes, generalmente su brillo superficial tiene la forma $\log(\Sigma/\Sigma_0) \propto r^{-1/4}$, mientras que en la región más allá del bulbo el brillo decrece exponencialmente como:

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 e^{(-r/r_s)}, \quad (2.3)$$

donde Σ_0 es el brillo superficial en el centro y r_s es la longitud de escala³ (Elmegreen 1998). Las imágenes digitales de las galaxias espirales tienen un rango dinámico limitado, así que las imágenes aparecen con exceso de brillo en la región central y demasiado débiles en la parte exterior. Estas regiones externas son muy importantes porque permiten conocer el radio de máxima extensión de los brazos espirales, los cuales en la mayoría de las imágenes en infrarrojo aparecen muy débiles. Las imágenes se mejoran al eliminar el perfil radial promediado azimutalmente⁴ y cada posición radial es normalizada a un valor cuadrático medio constante RMS , de tal manera que las características pueden ser vistas igualmente bien en las dos regiones, interna y externa.

El perfil radial promediado azimutalmente es calculado sobre la imagen digital de la siguiente manera:

$$\bar{I}_\theta(r) = \frac{\sum_\theta I(r, \theta)}{N}, \quad (2.4)$$

donde $I(r, \theta)$ es el valor de intensidad de luz de cada píxel (r, θ) y N es el número de píxeles que contribuyen para calcular la media en cada radio. Para eliminar el perfil radial promediado azimutalmente solo basta con restar el valor de intensidad promedio a los valores de intensidad de luz en cada radio correspondiente, de la forma:

$$I_{perf}(r, \theta) = I(r, \theta) - \bar{I}_\theta(r). \quad (2.5)$$

Como consecuencia de la eliminación del perfil radial, aparece un hueco en la región central de la galaxia, esto sucede ya que los valores de intensidad promediados en la región central son muy altos. Para corregir este problema se realiza una normalización en cada radio a un valor medio constante RMS definido como:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_\theta [I(r, \theta) - \bar{I}_\theta(r)]^2}{N}}. \quad (2.6)$$

La normalización en las imágenes se hace con la multiplicación de los píxeles ubicados en un mismo radio por el valor:

$$B(r) = \frac{c}{RMS(r)}, \quad (2.7)$$

³Una longitud de escala es la distancia a la cual la luz decrece como $1/e$.

⁴Promedio de brillo sobre todos los ángulos azimutales en cada radio.

donde c es una constante que se define como el promedio de los valores RMS , es decir:

$$c = \sum_r \frac{RMS}{n}, \quad (2.8)$$

con n igual al número de valores RMS obtenidos en la matriz $I(r, \theta)$.

2.3. Muestra de Galaxias

La muestra consiste de un total de 9 galaxias espirales. Las imágenes de las galaxias que se usan en este trabajo fueron obtenidas en la base de datos NASA/IPAC Extragalactic Database (NED). La muestra seleccionada son imágenes de galaxias *grand design*. Las imágenes se eligieron en la longitud de onda del Cercano Infrarrojo en la banda I por dos razones muy importantes que permiten medir el ancho y la longitud de los brazos espirales con mayor precisión así como su masa. La primera razón es debido a que la luz emitida por una galaxia en la longitud de onda del cercano infrarrojo no es muy afectada por el polvo dentro de la galaxia. El polvo dispersa y absorbe la luz emitida reduciendo la intensidad y altera el espectro de energía de la luz que es observada, además puede alterar drásticamente la morfología observada de la galaxia (Jay A. Frogel et al. 1996). Por lo tanto imágenes en el cercano infrarrojo de galaxias revelan mejor las características de la estructura espiral tal como el ancho y la longitud de los brazos que son invisibles o solo son sugeridas por imágenes ópticas. La segunda razón es porque las estrellas que dominan la emisión de luz en el cercano infrarrojo son estrellas viejas, las cuales contribuyen en mayor parte en la distribución de masa de las galaxias.

La muestra se compone de 5 galaxias SA (IC2421, NGC895, NGC2857, NGC5194, NGC5247) y cuatro galaxias SAB (NGC157, NGC1566, NGC2997, NGC5899). En las figuras 2.1 y 2.2 se presentan dos ejemplos de dos imagen de galaxias antes y después del proceso de deproyección y realce de la estructura espiral, en los dos ejemplos se puede ver que en la parte externa de la galaxia es fuertemente contrastada, de tal manera que los brazos espirales se observan con mayor claridad.

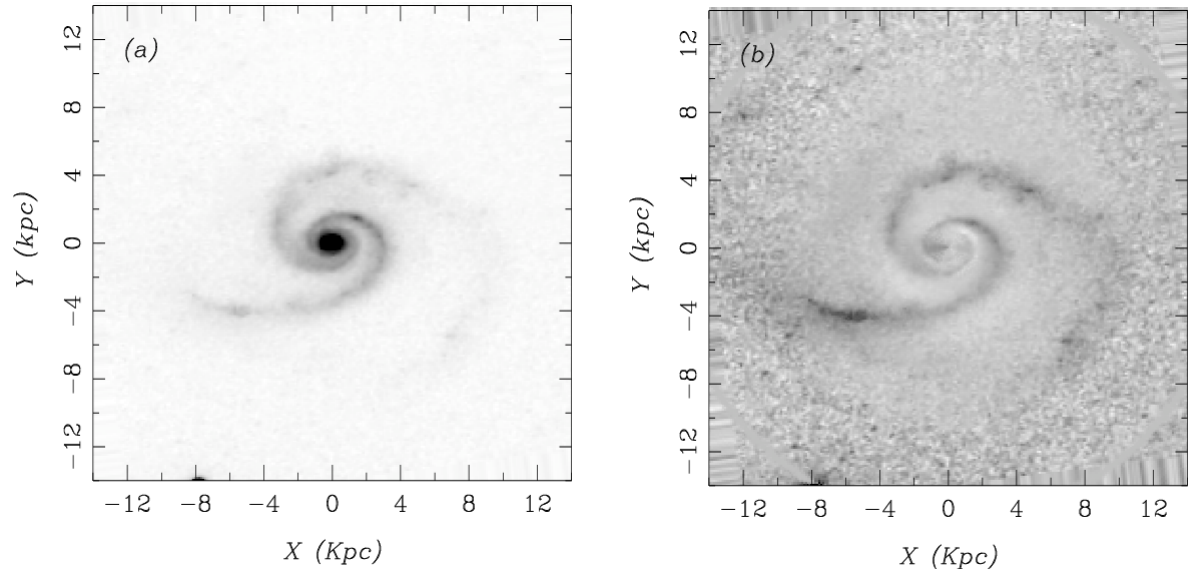


Figura 2.1: IC2421 (a) Imagen sin estrellas de campo. (b) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada

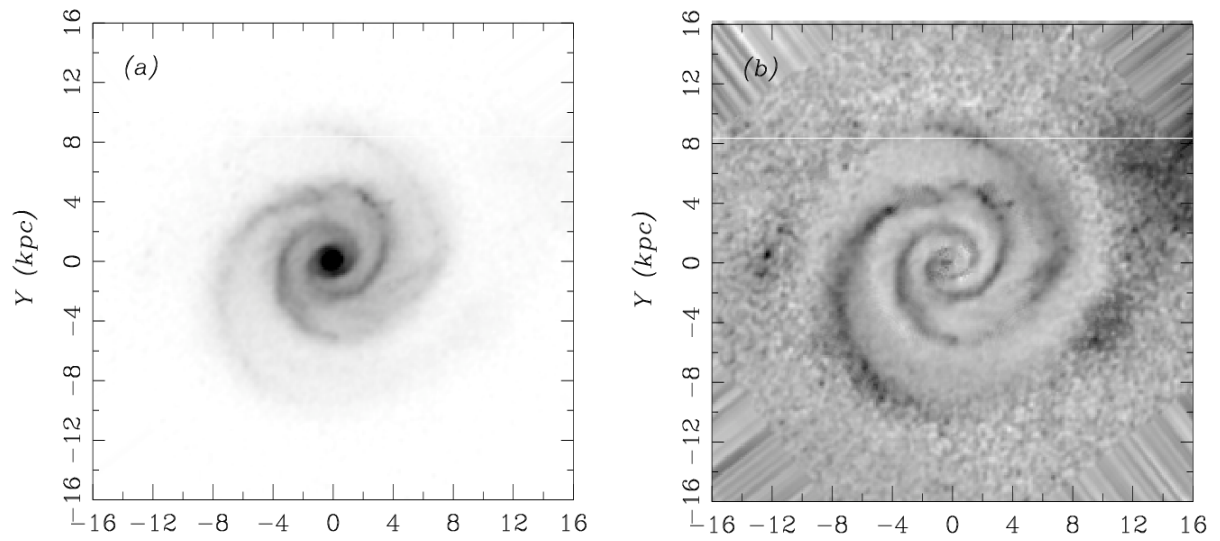


Figura 2.2: NGC2857 (a) Imagen sin estrellas de campo. b) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada.

ANCHO Y LONGITUD DE LOS BRAZOS ESPIRALES

En este capítulo se presenta un método para medir el ancho de los brazos espirales y un método para medir su longitud. El método que se emplea para medir el ancho de los brazos espirales está basado en el análisis bidimensional de Fourier, con el cual es posible construir una distribución espacial teórica de las galaxias sobre las que se mide el ancho de la distribución de intensidad en función del radio, el cual representa el ancho de brazo.

3.1. Ancho de los Brazos Espirales

3.1.1. Análisis Bidimensional de Fourier

El análisis de Fourier es un principio introducido por Kalnjas (1975) que permite analizar una galaxia espiral ya que provee información cualitativa de la multiplicidad, forma y extensión radial de los brazos espirales. El análisis de Fourier consiste en la descomposición de la distribución de intensidad en componentes con diferentes periodicidades angulares, estas componentes son denominadas por m , donde $m = 0$ es la componente axisimétrica y las otras m_i corresponden a las componentes espirales de los m -brazos. Al descomponer las imágenes de las galaxias cada componente puede ser analizada en forma separada para obtener su forma, orientación y amplitud.

El análisis de Fourier se realiza mediante un programa llamado “Transformada de Fourier Rápida Bidimensional” 2DFFT, que es una adaptación de la rutina FOURN de Numerical Recipes in C (Press et al. 1989) para trabajar con imágenes CCD (charge-couple device). El programa analiza imágenes de galaxias deproyectadas, por lo tanto antes de realizar el análisis de Fourier de una imagen se debe llevar a cabo el procedimiento explicado en las secciones 2.1 y 2.2. El archivo de entrada es la matriz de intensidad $I(x, y)$ y los parámetros que se deben introducir son el centro de la galaxia, el radio mínimo (que es radio donde termina el bulbo de

la galaxia) y el radio máximo (que generalmente es el radio máximo de la estructura espiral). El programa transforma el anillo entre el radio mínimo y el máximo en una matriz $I(u, \theta)$, donde $u = \ln r$, r y θ son las coordenadas polares.

Si bien, la descomposición esta basada en espirales logarítmicas, aunque, en general espirales logarítmicas son una buena aproximación de la figura de los brazos espirales (Seigar & James 1998), este método no asume que las estructuras espirales observadas sean logarítmicas, este solo analiza la distribución de luz en una superposición de espirales logarítmicas de m -brazos, las cuales pueden ser periódicas (Considerere & Athanassoula, 1988).

Por consiguiente los brazos espirales pueden ser representados por espirales logarítmicas en coordenadas polares así:

$$r = r_0 \exp \left[\frac{m}{\Lambda} (\theta - \theta_0) \right]. \quad (3.1)$$

Entonces, la amplitud de cada componente de Fourier esta dada por:

$$\mathcal{F}[I(u, \theta)] = A(\Lambda, m) = \frac{1}{D} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I(u, \theta) e^{-i(m\theta + u\Lambda)} du d\theta, \quad (3.2)$$

donde m es el número de onda azimutal o número de brazos, y Λ es el número de onda radial logarítmico o grado de enrollamiento de los brazos espirales, que está relacionado con el *pitch angle* mediante la expresión:

$$\tan(\phi) = \frac{-m}{\Lambda_{max}}, \quad (3.3)$$

donde Λ_{max} es el valor de Λ para el cual la amplitud de las componentes de Fourier para un valor de m dado es máxima, y D es un factor de normalización escrito como:

$$D = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I(u, \theta) du d\theta. \quad (3.4)$$

Los coeficientes de Fourier $A(\Lambda, m)$, representan la intensidad de una componente que tiene la forma de una espiral logarítmica de m brazos y posee un valor de *pitch angle* ϕ . Debido a que θ es una variable cíclica solo tienen sentido valores enteros de m y espectros con m negativo son iguales a los de m positivo con $\Lambda \rightarrow -\Lambda$. En la practica los limites utilizados en el programa 2DFFT son $0 \leq m \leq 6$ en pasos de $\Delta m = 1$ y $-50 < \Lambda < 50$ en pasos de $\Delta \Lambda = 0,25^1$.

En los espectros de Fourier y como es natural cuando se descompone una función con el método de transformada de Fourier, aparecen armónicos de la frecuencia principal (m/Λ), que son $2m/2\Lambda$, $3m/3\Lambda$, . . . Cuando se tiene una espiral logarítmica simétrica estos armónicos tienen una misma amplitud y el valor de *pitch angle* también es igual para todos los armónicos. Pero en el caso de espirales que no son logarítmicas exactas, como es el caso de las galaxias espirales, los armónicos tiene una amplitud menor a la componente principal, (Ver: Figura 3.1), en donde la componente principal es $m = 2$.

¹Los limites en la dirección Λ fueron establecidos teniendo en cuenta que no se han observado valores mayores que $\Lambda = 50$

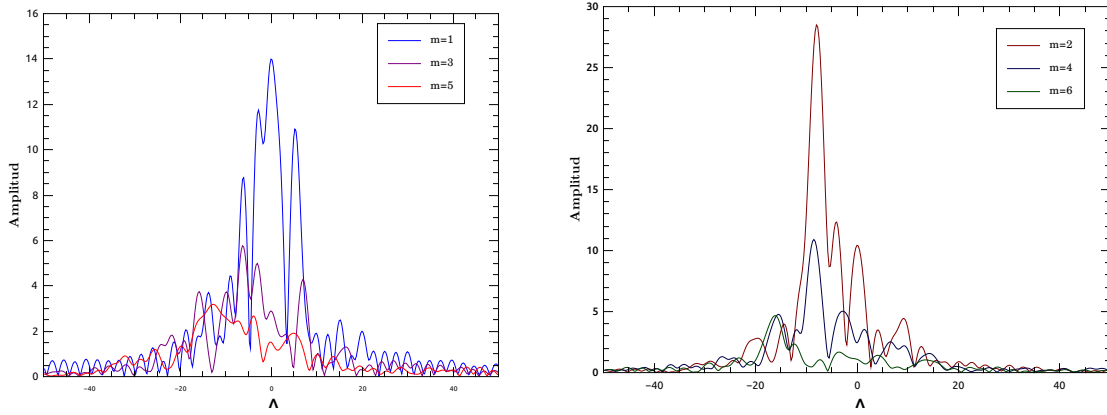


Figura 3.1: Espectros de Fourier para NGC2857.

El análisis de Fourier permite obtener los espectros de Fourier, de los cuales se determina la componente principal ², la cual indica el número de brazos de la galaxia. De estos espectros también se puede medir el grado de enrollamiento o el *pitch angle* de cada una de las galaxias de acuerdo a la ecuación 3.3.

Después de obtener las componentes de Fourier y determinar la componente principal en los espectros, se construye una distribución espacial teórica, mediante las funciones complejas $A(\Lambda, m)$ y la transformada de Fourier inversa que se define como:

$$S(u, \theta) = \sum_m S_m(u) e^{im\theta}, \quad (3.5)$$

donde $S_m(u)$ representan las funciones de densidad de Fourier y están dadas por:

$$S_m(u) = \frac{D}{4\pi^2 e^{2u}} \int_{-\infty}^{\infty} G_m(\Lambda) A(\Lambda, m) e^{i\Lambda u} d\Lambda. \quad (3.6)$$

La Función $G_m(\Lambda)$ es un filtro de alta frecuencia que se emplea para enfatizar la componente principal (es decir la espiral con $\tan(\phi) = \frac{-m}{\Lambda_{max}}$), la cual tiene la forma:

$$G_m(\Lambda) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Lambda - \Lambda_{max}}{25} \right)^2 \right].$$

Este filtro también se usa para suavizar el espectro $A(\Lambda, m)$ al final del intervalo de integración, de tal manera que los coeficientes $A(\Lambda, m)$ tiende a cero para valores grandes de $|\Lambda|$. Las funciones de densidad de Fourier $S_m(u)$ pueden ser evaluadas dentro del intervalo $-50 < \Lambda < 50$.

²Componente que tiene mayor amplitud.

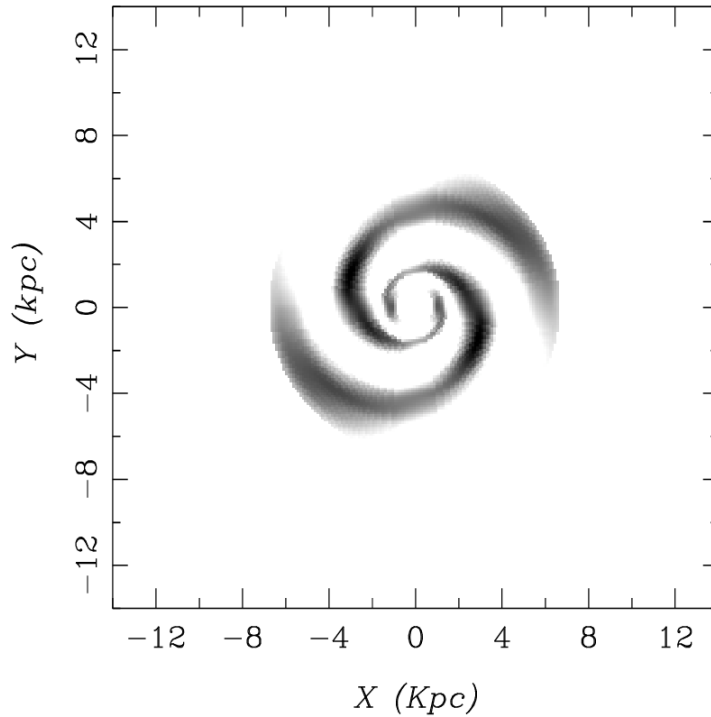


Figura 3.2: Transformada inversa de Fourier para IC2421

3.1.2. Método utilizado para medir el ancho de los brazos espirales.

Para determinar el ancho de los brazos espirales primero se calcula la transformada de Fourier para cada una de las imágenes de la muestra de galaxias con el programa 2DFFT, del cual se obtienen los espectros de Fourier. Dichos espectros son analizados con el propósito de determinar la componente principal. Los espectros obtenidos indican que la componente principal para todas las galaxias es la componente $m = 2$. Por consiguiente, mediante la transformada inversa de Fourier para $m = 2$, se gráfica la parte real de las funciones de densidad $S_m(u)$, las cuales generan la distribución espacial teórica de la intensidad de cada una de las galaxias.

La distribución teórica de la intensidad representa la parte simétrica de las galaxias, de tal manera que se observa que los dos brazos espirales tienen las mismas características, por ello se puede ver que los dos brazos en la transformada inversa de Fourier son iguales, tal como se observa en las figuras 3.2 y 3.3.

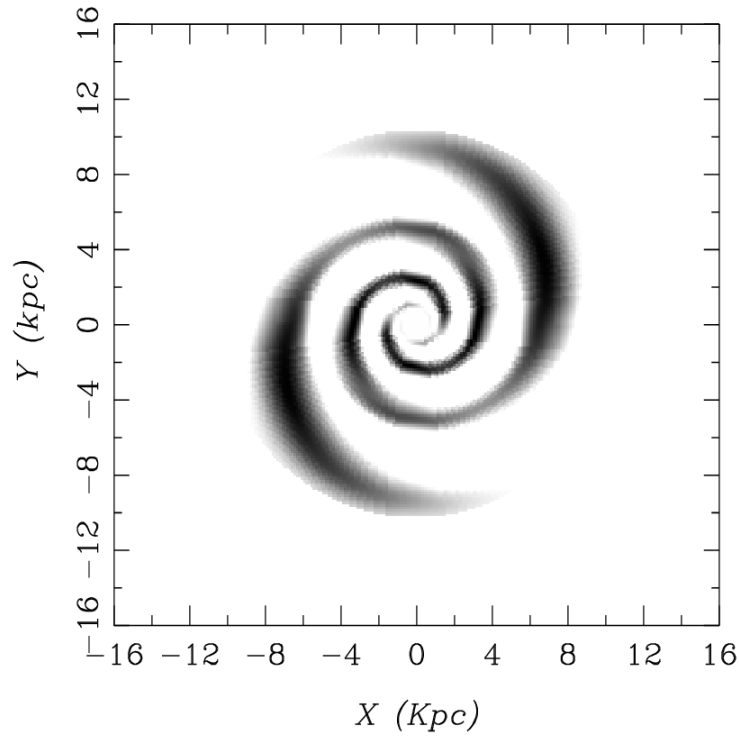


Figura 3.3: Transformada Inversa de Fourier para NGC2857

Una vez generadas las imágenes de la transformada inversa de Fourier, se realiza sobre estas un perfil transversal de los brazos espirales para varios radios, este perfil se genera al leer la matriz de intensidad $I(x, y)$ en el intervalo $0^\circ < \theta < 180^\circ$, y posteriormente se gráfica la intensidad en función del radio r . En la Figura 3.4 se muestra como ejemplo el perfil transversal para IC2421 en un ángulo $\theta = 0$.

Debido a que el perfil transversal es una distribución de intensidad de los brazos espirales, el ancho de la distribución puede medirse para los diferentes radios con el fin de determinar el comportamiento del ancho de los brazos como función del radio, ya que el ancho de la distribución representa el ancho del brazo espiral.

En el momento en que se genera la imagen de la transformada inversa de Fourier se añade una parte del ruido de fondo a la señal proveniente de la imágenes originales de las galaxias. Esto sucede porque después de elimina las estrellas de campo, la señal de fondo, presenta valores de intensidad cercanos a la intensidad de los brazos espirales y además la transformada de Fourier no distingue entre la señal de los brazos espirales y la señal de fondo, por lo tanto la transformada de Fourier toma la señal de fondo cercana a los brazos espirales como si fuera parte de estos. Es por esto que antes de medir el ancho de los brazos espirales se determina la

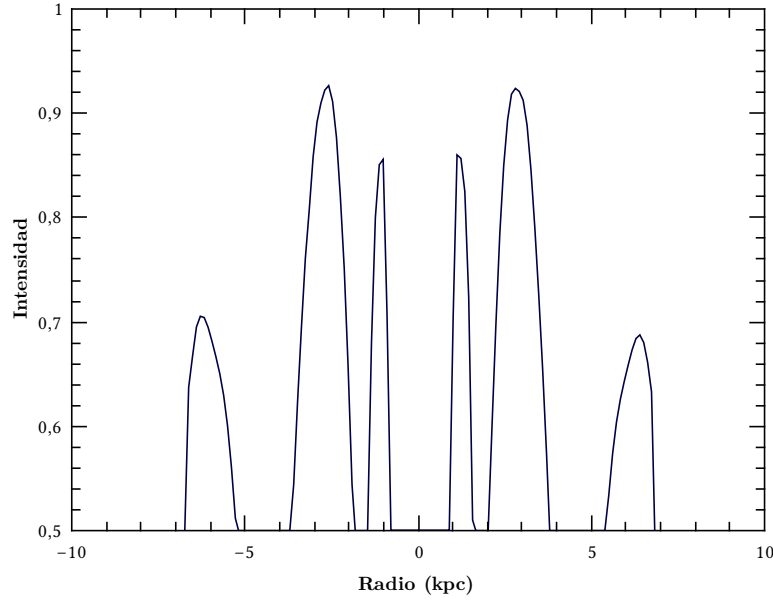


Figura 3.4: Distribución de Intensidad para IC2421 en $\theta = 0$

desviación estándar σ^* de la señal de ruido al rededor de los brazos. Por lo tanto, el ancho de los brazos se mide sobre el perfil transversal a una altura $3\sigma^*$ de la distribución, de tal manera que se elimina el 99,7% del ruido presente en esta distribución.

Por lo anterior, el error estadístico en la medición del ancho de los brazos espirales está directamente relacionado con el error generado al medir la desviación estándar de la distribución de ruido en la imagen, ya que este valor se obtiene al promediar la desviación estándar σ^* en diferentes regiones de la imagen. Entonces, el error en cada una de las medidas del ancho de los brazos está dado por el error de la desviación estándar σ^* , calculado a partir de la teoría de errores de Gauss, definida por:

$$dx = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}. \quad (3.7)$$

Se observa en las imágenes de la transformada inversa de Fourier, que los brazos espirales tiene una alta intensidad en la región interna de la galaxia cerca al núcleo, después de esta región hay una disminución de intensidad hasta cierto punto donde la intensidad empieza a aumentar nuevamente, este comportamiento es el mismo que presenta el ancho de los brazos espirales respecto al radio y describe una función gaussiana, por lo tanto, los datos obtenidos del ancho del brazo en diferentes radios se ajustan por medio del método de mínimos cuadrados a una función gaussiana de la forma:

$$W(r) = w_o + \frac{A_1 \sqrt{2/\pi}}{\sigma_1} \exp \left[-2 \frac{(r - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} \right] + \frac{A_2 \sqrt{2/\pi}}{\sigma_2} \exp \left[-2 \frac{(r - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} \right], \quad (3.8)$$

donde w_o es el valor de W compensado, A_1 y A_2 son las amplitudes, μ_1 y μ_2 son la media y σ_1 y σ_2 son la varianza del primer y segundo pico respectivamente. Lugares donde la intensidad es muy baja, es decir, donde las funciones de densidad tienen baja amplitud son generalmente relacionados con una resonancia de Lindblad, especialmente con la resonancia de corrotación (Puerari 1993), aunque también esto se puede asociar a la interacción de dos componentes con la misma periodicidad angular, pero con diferente *pitch angle*, fase o velocidad del patrón, o por la perturbación generada por una galaxia compañera como el caso de NGC5194 que está interactuando con la galaxia lenticular barrada enana NGC5195.

En la figura 3.5 se muestran los ajustes de los datos del ancho de los brazos espirales obtenidos para todas las galaxias y en la tabla 3.1 se presentan los valores de ajuste. Debido a que en promedio se encontró un valor de correlación de $R^2 = 0,94$ se concluye que el ajuste es el más conveniente en este caso. La mayoría de las galaxias presentan dos picos, pero en el caso de NGC895, NGC5247 y NGC5899 solo se observa un pico debido a que el análisis de Fourier no se realizó hasta en radio donde termina la estructura espiral ya que la calidad de las imágenes no permiten determinar la transformada inversa de Fourier en la región externa. Mientras que NGC1566 presenta baja densidad en la región cercana al bulbo por lo que se podría considerar que en esta región se encuentra un pico con una amplitud muy pequeña.

Galaxia	$w_o (kpc)$	$A_1 (kpc^2)$	$\mu_1 (kpc)$	$\sigma_1 (kpc)$	$A_2 (kpc^2)$	$\mu_2 (kpc)$	$\sigma_2 (kpc)$	dw
IC2421	$-0,92 \pm 5,89$	$5,67 \pm 22,74$	$2,93 \pm 0,53$	$1,99 \pm 3,19$	$5,53 \pm 13,08$	$5,44 \pm 0,72$	$1,58 \pm 1,19$	0,02
NGC157	$-0,33 \pm 6,70$	$1,64 \pm 0,11$	$1,01 \pm 1,45$	$1,15 \pm 2,65$	$3,83 \pm 17,19$	$2,69 \pm 0,59$	$1,35 \pm 2,45$	0,05
NGC895	$0,24 \pm 1,17$	$10,53 \pm 7,75$	$4,13 \pm 0,05$	$3,09 \pm 0,99$	0	0	0	0,07
NGC1566	$-2,72 \pm 4,17$	$20,22 \pm 34,92$	$2,05 \pm 0,02$	$4,28 \pm 2,69$	0	0	0	0,01
NGC2857	$0,68 \pm 0,29$	$1,09 \pm 0,99$	$4,06 \pm 0,40$	$1,08 \pm 0,85$	$5,82 \pm 1,82$	$7,61 \pm 0,24$	$1,93 \pm 0,55$	0,15
NGC2997	$0,49 \pm 1,39$	$0,41 \pm 2,11$	$1,80 \pm 0,96$	$0,55 \pm 1,82$	$0,55 \pm 1,76$	$2,51 \pm 0,77$	$0,55 \pm 1,14$	0,01
NGC5194	$0,05 \pm 2,48$	$0,34 \pm 3,46$	$0,92 \pm 0,38$	$0,67 \pm 2,94$	$0,11 \pm 0,95$	$1,75 \pm 0,29$	$0,24 \pm 1,06$	0,06
NGC5247	$-124,9 \pm 682,55$	2560 ± 207400	$1,69 \pm 0,01$	$16,14 \pm 463$	0	0	0	0,06
NGC5899	$4,91 \pm 3,07$	$212,05 \pm 89,43$	$28,64 \pm 0,19$	$13,33 \pm 2,60$	0	0	0	0,07

Tabla 3.1: Valores de ajuste para el ancho de los brazos espirales.

3.2. Longitud de los Brazos Espirales

La longitud del brazo es un parámetro constante para cada galaxia, que puede ser medido sobre las imágenes. Entonces, con el fin de determinar la longitud de los brazos espirales se llevo a cabo un método fácil que consiste en realizar una transformación de coordenadas cartesianas (x, y) de la distribución de intensidad a coordenadas polares (r, θ) , esta transformación es muy útil ya que permite observar los brazos espirales desenrollados, de tal manera se puede medir el radio máximo hasta donde estos se extienden.

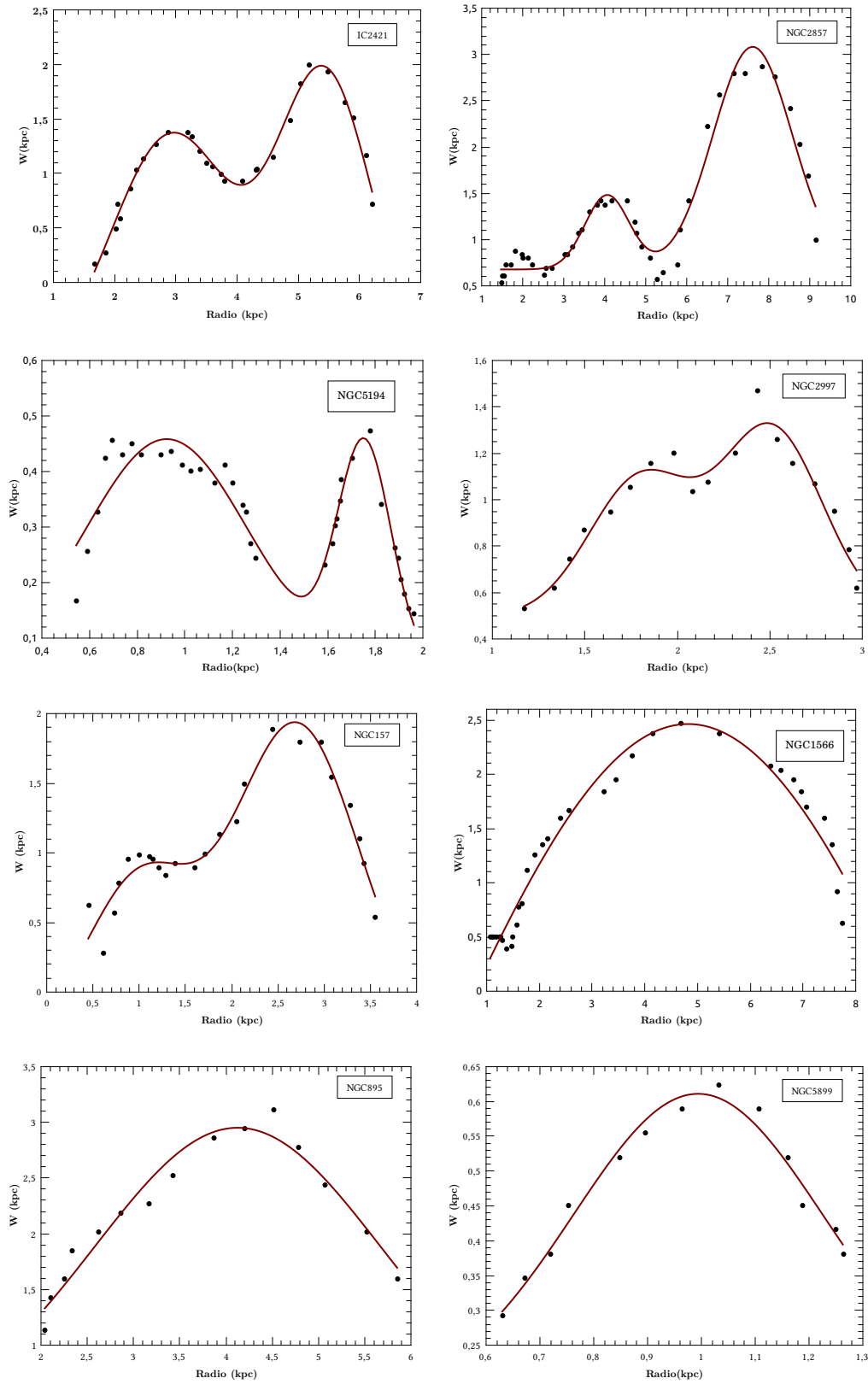


Figura 3.5: Ancho de los brazos espirales en función del radio.

Entonces, luego de realizar el cambio de coordenadas de la distribución de intensidad en cada una de las galaxias se mide la longitud de los brazos espirales. Las imágenes de la distribución de densidad en coordenadas polares para dos galaxias se muestran en la figura 3.4. Los contornos en rojo sobre las imágenes identifican las regiones de mayor densidad, las cuales representan los brazos espirales, entonces, mediante estos contornos se realizan varias medidas del radio hasta donde se extienden los brazos (r_e) y promedian.

Debido a que en la distribución de intensidad en coordenadas polares está presente el bulbo, la longitud de los brazos espirales se calcula mediante la diferencia entre el radio donde comienzan los brazos espirales (r_0) y el promedio obtenido de medir el radio hasta donde estos se extienden. El radio donde comienzan los brazos se mide sobre las imágenes en coordenadas cartesianas. La incertidumbre asociada al radio hasta donde se extienden los brazos y el radio donde comienzan se obtiene de la teoría de errores de Gauss (Ecuación 3.7), entonces, la incertidumbre asociada a la longitud de los brazos espirales esta dada por:

$$dL = \sqrt{(dr_e)^2 + (dr_0)^2}. \quad (3.9)$$

En la tabla 3.2 se muestra la longitud de los brazos espirales para todas las galaxias de la muestra con sus respectivos errores.

Galaxia	Longitud $L \pm \frac{dL}{L} (kpc)$
IC2421	$7,95 \pm 0,12$
NGC157	$4,22 \pm 0,09$
NGC895	$5,25 \pm 0,08$
NGC1566	$2,27 \pm 0,15$
NGC2857	$7,83 \pm 0,04$
NGC2997	$5,62 \pm 0,23$
NGC5194	$1,25 \pm 0,08$
NGC5247	$3,13 \pm 0,10$
NGC5899	$1,88 \pm 0,12$

Tabla 3.2: Longitud de los brazos espirales.

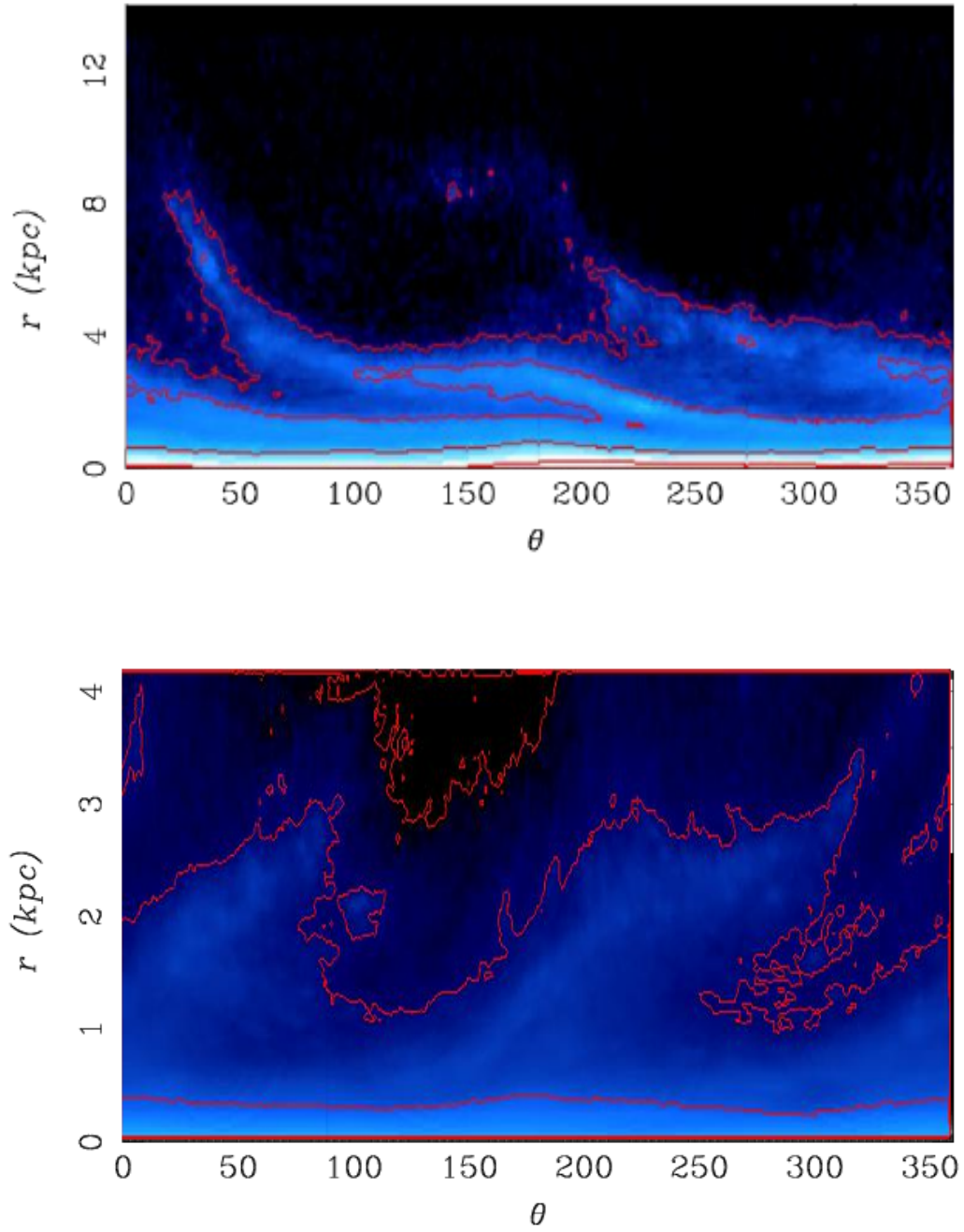


Figura 3.6: Arriba: Distribución de intensidad de IC2421 en coordenadas polares. Abajo: Distribución de intensidad de NGC5247 en coordenadas polares.

DETERMINACIÓN DEL ESPESOR DEL DISCO

El espesor del disco en galaxias espirales es un parámetro importante para entender la estructura espiral en estos sistemas, por lo cual, en este capítulo se presenta un método para determinar el espesor de galaxias de disco no edge-on, con base en la observación del número de brazos espirales, el *pitch angle* y la localización del radio donde comienzan los brazos. Este método consiste en examinar la solución exacta de la ecuación tridimensional de Poisson para la densidad del disco galáctico, que está sujeta a una perturbación logarítmica.

Con el uso de funciones de green y la transformada Bessel-Fourier, Peng et al. (1979) obtienen una ecuación integral y una formula asintótica para el potencial gravitacional de los brazos espirales debido a perturbaciones logarítmicas de la densidad de materia. Basado en esta teoría Peng (1988) propone un método efectivo para determinar el espesor de galaxias no edge-on, el cual es empleado aquí para determinar el espesor de los brazos espirales.

4.1. Método de solución de la ecuación de Poisson.

Para determinar el potencial gravitacional perturbado se asume que las galaxias son axisimétricas en el plano, que están en estado estacionario y que la perturbación en la densidad de materia decrece exponencialmente a lo largo de la dirección del eje de simetría z , entonces, de acuerdo con el resultado obtenido de Parenago a partir de observaciones (Peng et al. 1979), la distribución de densidad a lo largo del eje z para una galaxia de espesor finito es:

$$\rho(r, \theta, z) = \frac{\alpha}{2} \sigma(r, \theta) e^{-\alpha|z|}, \quad (4.1)$$

donde $\alpha = 2/H$ representa la escala de altura¹ del disco con espesor H , el cual puede ser tomado como un parámetro constante, y $\sigma(r, \theta)$ es la densidad superficial del disco galáctico.

¹Es una medida de la dimensión típica del disco en la dirección vertical. Puede ser tomada como una constante por lo menos para el disco grueso.

Los brazos espirales se pueden tomar como una perturbación superpuesta sobre el disco de una galaxia, entonces:

$$\sigma(r, \theta) = \Sigma(r) + \sigma_1(r, \theta), \quad (4.2)$$

con

$$\sigma_1(r, \theta) = \sigma_m(r)e^{-im\theta}, \quad (4.3)$$

donde m es el número brazos en una galaxia, $\Sigma(r)$ es la densidad axisimétrica del disco galáctico (Ver: ec. 2.3) y σ_1 es la densidad superficial perturbada correspondiente a los brazos.

El potencial causado por la perturbación de la densidad se encuentra al resolver la correspondiente ecuación de Poisson,

$$\begin{aligned} \nabla^2 V_1(r, \theta, z) &= 4\pi\rho(r, \theta, z) \\ &= 2\pi G\alpha\sigma_m(r) \exp[-(im\theta + \alpha|z|)], \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde G es la constante gravitacional.

Antes de determinar la solución de la ecuación 4.4, es necesario solucionar la ecuación de Poisson para un disco infinitamente delgado, que está dada como:

$$\nabla^2 V(r, \theta, z) = 4\pi G\sigma(r, \theta)\delta(z), \quad (4.5)$$

donde $\delta(z)$ es la función delta de Dirac. En la región fuera del plano galáctico $z \neq 0$, por lo tanto, en esta región se escribe la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0, \quad (4.6)$$

ya que a que no hay distribución de materia fuera del plano del disco. Al realizar la separación de variables $V = R(r)Q(\theta)Z(z)$, se obtiene:

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{Qr^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0. \quad (4.7)$$

Debido a que θ es una coordenada cíclica se tiene:

$$\frac{1}{Q} \frac{d^2 Q}{d\theta^2} = -m^2 \Rightarrow Q \propto e^{\pm im\theta},$$

mientras, para la coordenada z que no es cíclica se obtiene:

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \beta^2 \Rightarrow Z \propto e^{\pm \beta z}.$$

De acuerdo con las soluciones anteriores es conveniente introducir la transformada de Laplace para la coordenada z y la transformada de Fourier para el ángulo azimutal θ , de tal manera que la solución se puede escribir como:

$$V(r, \theta, z) = e^{-im\theta} \int_0^{\infty} R(r) e^{-\beta|z|} d\beta. \quad (4.8)$$

Por lo tanto, con la aplicación de estas transformaciones la ecuación 4.7 se convierte en:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (4.9)$$

Mediante el cambio de variable $x = \beta r$ se obtiene la ecuación de Bessel,

$$\frac{\partial^2 R_\beta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial R}{\partial x} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2} \right) = 0, \quad (4.10)$$

cuya solución son las funciones de Bessel de orden m ,

$$R_\beta(r) = -J_m(\beta r), \quad (4.11)$$

el signo negativo concuerda con la convención para el potencial gravitacional en un sistema estable. Entonces,

$$V(r, \theta, z) = e^{-im\theta} \int_0^{\infty} [-J_m(\beta r)] e^{-\beta|z|} d\beta, \quad (z \neq 0). \quad (4.12)$$

Al remplazar 4.12 en la ecuación de Poisson 4.5 se obtiene:

$$\sigma(r, \theta) \delta(z) = \frac{1}{4\pi G} \nabla^2 \left(e^{-im\theta} \int_0^{\infty} [-J_m(\beta r)] e^{-\beta|z|} d\beta \right), \quad (4.13)$$

si se integra desde $z = -\infty$ a $z = \infty$ es posible encontrar la densidad superficial correspondiente a la solución anterior. Debido a que existe una discontinuidad en $z = 0$ se estudia la ecuación para $z > 0$ y para $z < 0$ y se obtiene

$$\sigma(r, \theta) = \frac{1}{4\pi G} \left[\frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{z=0^+} - \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{z=0^-} \right] \quad (4.14)$$

$$= \frac{1}{2\pi G} e^{-im\theta} \int_0^{\infty} \beta J_m(\beta r) d\beta. \quad (4.15)$$

Las ecuaciones 4.15 y 4.12 se reemplazan en la ecuación 4.4 de tal manera que la ecuación de Poisson para un disco infinitamente delgado se convierte en:

$$\nabla^2 \left\{ \int_0^\infty e^{-im\theta} J_m(\beta r) e^{-\beta|z|} d\beta \right\} = - \int_0^\infty 2e^{-im\theta} \beta J_m(\beta r) \delta(z) d\beta \quad (4.16)$$

$$\nabla^2 \{ J_m(\beta r) \exp[-im\theta - \beta|z - z'|] d\beta \} = -2J_m(\beta r) \beta e^{-im\theta} \delta(z - z') d\beta \quad (4.17)$$

Por otro lado, la ecuación de Poisson para una galaxia espiral con espesor finito se puede escribir como:

$$\nabla^2 V_1(r, \theta, z, t) = 2\pi G \alpha \sigma_m(r) e^{i(\omega t - m\theta)} \int_{-\infty}^\infty e^{-\alpha|z|} \delta(z - z') dz'. \quad (4.18)$$

Si la componente radial de la densidad superficial proyectada $\sigma_m(r)$ satisface la condición

$$\int_0^\infty r^{1/2} |\sigma_m(r)| dr < \infty \quad (4.19)$$

se puede desarrollar en una transformada Bessel-Fourier, así:

$$\sigma_m(r) = \int_0^\infty J_m(\beta r) \beta S_m(\beta) d\beta, \quad (4.20)$$

donde

$$S_m(\beta) = \int_0^\infty r' J_m(\beta r') \sigma_m(r') dr' \quad (4.21)$$

es la imagen de $\sigma_m(r)$ en la transformada de Hankel (*Ver:* Apéndice B), entonces 4.18 puede escribirse como:

$$\nabla^2 V_1(r, \theta, z, t) = 2\pi G \alpha e^{-im\theta} \int_{-\infty}^\infty e^{-\alpha|z|} \delta(z - z') dz' \int_0^\infty J_m(\beta r) \beta S_m(\beta) d\beta. \quad (4.22)$$

Al Comparar la ecuación 4.22 con la ecuación 4.17, se obtiene la solución formal del potencial gravitacional para una galaxia de disco con espesor H , así:

$$V(r, \theta, z, t) = -\pi G \alpha e^{-im\theta} \int_0^\infty J_m(\beta r) S_m(\beta) F(\alpha, \beta, z) d\beta, \quad (4.23)$$

donde

$$F(\alpha, \beta, z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|z'|} e^{-\beta|z-z'|} dz'. \quad (4.24)$$

A partir de la definición del valor absoluto para $|z'| = z'$ si $z' \geq 0$ o $|z'| = -z'$ si $z' < 0$, y de igual forma para $|z - z'| = (z - z')$ si $z' \leq z$ o $|z - z'| = -(z - z')$ si $z' > z$, entonces la integral anterior se puede escribir como:

$$\begin{aligned} F(\alpha, \beta, z) &= \int_{-\infty}^0 e^{\alpha z'} e^{-\beta(z-z')} dz' + \int_0^z e^{-\alpha z'} e^{-\beta(z-z')} dz' + \int_z^{\infty} e^{-\alpha z'} e^{\beta(z-z')} dz' \\ &= e^{-\beta z} \int_{-\infty}^0 e^{(\beta+\alpha)z'} dz' + e^{-\beta z} \int_0^z e^{(\beta-\alpha)z'} dz' + e^{\beta z} \int_z^{\infty} e^{-(\beta+\alpha)z'} dz'. \end{aligned}$$

Después de solucionar y evaluar los límites se obtiene:

$$F(\alpha, \beta, z) = \frac{2}{\beta^2 - \alpha^2} \left[\beta e^{-\alpha|z|} - \alpha e^{-\beta|z|} \right]. \quad (4.25)$$

Por simplicidad, debido a que los brazos espirales se concentran en el plano $z = 0$, se calcula el potencial gravitacional perturbado sobre el plano galáctico, como sigue:

$$V_1(r, \theta, z = 0) = -\pi G \alpha e^{-im\theta} \int_0^{\infty} \frac{2}{\beta + \alpha} J_m(\beta r) S_m(\beta) d\beta. \quad (4.26)$$

La solución analítica del potencial sobre el plano galáctico puede ser encontrada si se establece la perturbación radial correspondiente a los brazos de la galaxia. Como se mencionó en capítulo 3 la mejor forma de ajustar los brazos espirales es mediante espirales logarítmicas, por lo tanto, la perturbación radial de la densidad se toma como (Danver 1942):

$$\sigma_m(r) = \frac{A}{r} \exp(i\Lambda \ln r) \quad (0 < r \leq R) \quad (4.27)$$

o

$$\sigma_m(r) = 0 \quad (r > R), \quad (4.28)$$

donde Λ es el parámetro de enrollamiento. Aquí $\frac{A}{r}$ asegura que la masa total de la perturbación es finita. En este caso, la transformada de Bessel-Fourier para la densidad perturbada es:

$$S_m(\beta) = \int_0^{\infty} r' J_m(\beta r) \left[\frac{A}{r'} \exp(i\Lambda \ln r') \right] dr'$$

$$\begin{aligned}
&= A \int_0^{\infty} J_m(\beta r') \exp(i\Lambda \ln r') dr' \\
&= A \int_0^{\infty} J_m(\beta r') r'^{i\Lambda} dr'.
\end{aligned} \tag{4.29}$$

La integral en la ecuación 4.29 se soluciona a partir de la siguiente identidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{\mu} J_{\nu}(x) dx = 2^{\mu} \frac{\left[\frac{1}{2}(\nu + \mu + 3)\right]!}{\left[\frac{1}{3}(\nu - \mu + 3)\right]!} = 2^{\mu} \frac{\left[\Gamma\left(\frac{\nu + \mu + 1}{2}\right)\right]}{\left[\Gamma\left(\frac{\nu - \mu + 1}{2}\right)\right]},$$

donde se usa la definición $z! = \Gamma(z + 1)$, y con $x = \beta r$ se obtiene el siguiente resultado:

$$S_m(\beta) = A 2^{i\Lambda} \frac{\Gamma\left(\frac{1+m+i\Lambda}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+m-i\Lambda}{2}\right)} \beta^{-(i\Lambda+1)}. \tag{4.30}$$

Al remplazar 4.30 en 4.26 se determina el potencial gravitacional correspondiente a la perturbación radial de la densidad y se puede escribir como:

$$V_1(r, \theta, z = 0) = -AG\pi\alpha e^{-im\theta} 2^{i\Lambda+1} \frac{\Gamma\left(\frac{1+m+i\Lambda}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+m-i\Lambda}{2}\right)} V(\alpha, r), \tag{4.31}$$

donde

$$V(\alpha, r) = \int_0^{\infty} \frac{\beta^{-(i\Lambda+1)}}{\beta + \alpha} J_m(\beta r) d\beta. \tag{4.32}$$

Debido a que el potencial gravitacional de la densidad perturbada se ha calculado en el plano $z = 0$ se presenta una dificultad, ya que la variable z ha sido eliminada. Afortunadamente, esta dificultad desaparece con la aproximación asintótica del potencial, más específicamente de la función 4.32, dicha aproximación se muestra en el apéndice C. Entonces, para las regiones donde $\alpha r \gg \sqrt{\Lambda^2 + m^2}$ o $r \gg \sqrt{\Lambda^2 + m^2}/\alpha = H\sqrt{\Lambda^2 + m^2}/2$, el potencial gravitacional asintótico de la densidad de materia perturbada está dado por:

$$V_1(r, \theta, z = 0) \approx -2\pi GA \left(\frac{1}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} - \frac{1}{\alpha r} \right) e^{i(\Lambda \ln r - m\theta)}. \tag{4.33}$$

Para un disco infinitamente delgado donde $\alpha \rightarrow \infty$, el potencial puede reducirse a la siguiente expresión dada por Kalnajs(1971):

$$V_1(r, \theta, 0) = -\frac{2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{i(\Lambda \ln r - m\theta)}. \tag{4.34}$$

4.2. Principio para determinar el espesor de galaxias de disco.

La solución de la ecuación de Poisson encontrado en la sección anterior se analiza con base en la auto-consistencia de las ondas de densidad. De acuerdo con la teoría de ondas de densidad, el patrón espiral es auto-consistente solo cuando la intensidad del potencial gravitacional de las ondas de densidad es igual al potencial gravitacional de la densidad perturbada. Debido a que el modelo de la teoría de ondas de densidad es una teoría bidimensional, lo anterior solo se aplica para un disco infinitamente delgado, porque la amplitud del potencial gravitacional perturbado es más bajo para un disco con espesor finito que para uno con espesor cero. En la parte externa de la galaxia, la diferencia entre los potenciales no es muy grande por lo tanto se considera despreciable, pero en la región central la reducción del potencial perturbado es muy grande (Zhao et al. 2004).

De acuerdo a lo anterior, la fuerza de la perturbación de las ondas densidad se reduce un 25 % para un disco finitamente delgado en la región central, por lo tanto, el potencial de las ondas de densidad es muy débil para excitar la densidad de materia original y así crear ondas de densidad en la región central del disco galáctico, lo que conduce a la desaparición del patrón espiral en la región central, en la cual el potencial de la densidad perturbada es cero. Por lo anterior, los brazos espirales sólo pueden extenderse desde la parte externa hacia adentro hasta cierto radio r_0 que es denominado “Radio prohibido”, ya que las ondas espirales no existen en esta región (Zhao et al. 2004).

Entonces, en el radio prohibido el potencial gravitacional perturbado dado por la expresión asintótica 4.33 es igual a cero, así:

$$2\pi GA \left(\frac{1}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} - \frac{1}{\alpha r_0} \right) e^{i(\Lambda \ln r_0 - m\theta)} = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} - \frac{1}{\alpha r_0} \right) = 0. \quad (4.35)$$

De la expresión anterior es posible determinar el espesor del disco con $\alpha = 2/H$, finalmente el espesor de un disco galáctico esta dado por:

$$H = \frac{2r_0}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}}. \quad (4.36)$$

Del resultado anterior se puede notar que galaxias con un parámetro de enrollamiento grande, las cuales tienen sus brazos bien enrollados alrededor de la región central, tendrán un radio prohibido más grande que aquellas con un parámetro de enrollamiento pequeño. Físicamente, desde el punto de vista de la teoría de ondas de densidad, esto se debe a que la distancia entre dos ondas vecinas en galaxias espirales con brazos fuertemente enrollados es más pequeña que para galaxias con brazos débilmente enrollados, por lo cual las ondas de densidad en galaxias con brazos fuertemente enrollados son más fáciles de destruir al llegar a la región central que en galaxias con brazos débilmente enrollados (Peng, 1988).

Además, para un *pitch angle* dado, entre más grande sea el espesor más grande será el radio prohibido. Es decir, entre más grueso sea el disco mucho más débil será el potencial gravitacional. Esto indica que el espesor del disco influye en el lugar donde los brazos espirales comienzan a formarse y empujan hacia afuera la región donde la onda aparece. Entonces, si una galaxia es tal que $r_0 > R$ (R el radio de la galaxia) el patrón espiral no existirá, esto explica el porque las galaxias elípticas no poseen brazos espirales (Peng, 1988).

También se puede observar que el espesor del disco es un parámetro constante independiente de r , este resultado es razonable ya que esta de acuerdo con observaciones de galaxias de disco edge-on. Físicamente este resultado se explica a partir de las velocidades de dispersión de las estrellas viejas en el disco grueso, ya que estas velocidades aumentan con la edad. Cuando las estrellas nacen su distribución de velocidad es igual a la del medio interestelar del cual ellas hacen parte y posteriormente ganan velocidad, aunque este aumento en la velocidad es inicialmente rápido después de pocos billones de años la velocidad es casi constante. Entonces la dispersión de velocidades decrece tanto en la dirección radial como en la vertical, por consiguiente, el espesor del disco de estrellas viejas sea constante (Van der Kruit 2000).

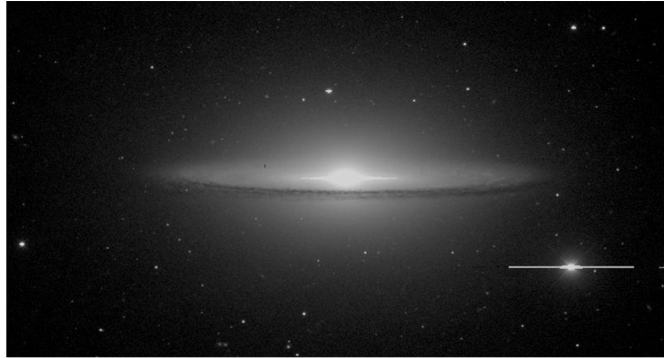


Figura 4.1: Galaxia del sombrero Messier 104.

Observacionalmente, el radio de la región prohibida se mide directamente de las imágenes de las galaxias estimando el punto más interno al que llegan los brazos. Por lo tanto, r_0 se mide sobre las imágenes de las galaxias deproyectadas. Y el grado de enrollamiento se determina a partir de Λ_{max} para la componente principal de los coeficientes de Fourier (Ver: Figura 4.2). Los valores de r_0 , Λ y H se muestran en la tabla 4.1 para las galaxias de la muestra.

4.3. Estimación del error del espesor del disco galáctico.

Existen dos esquemas para ajustar el brazo de una galaxia. Uno es ajustarlo sobre el plano galáctico y el otro es sobre el plano tangente. El primer método tiene como ventaja que

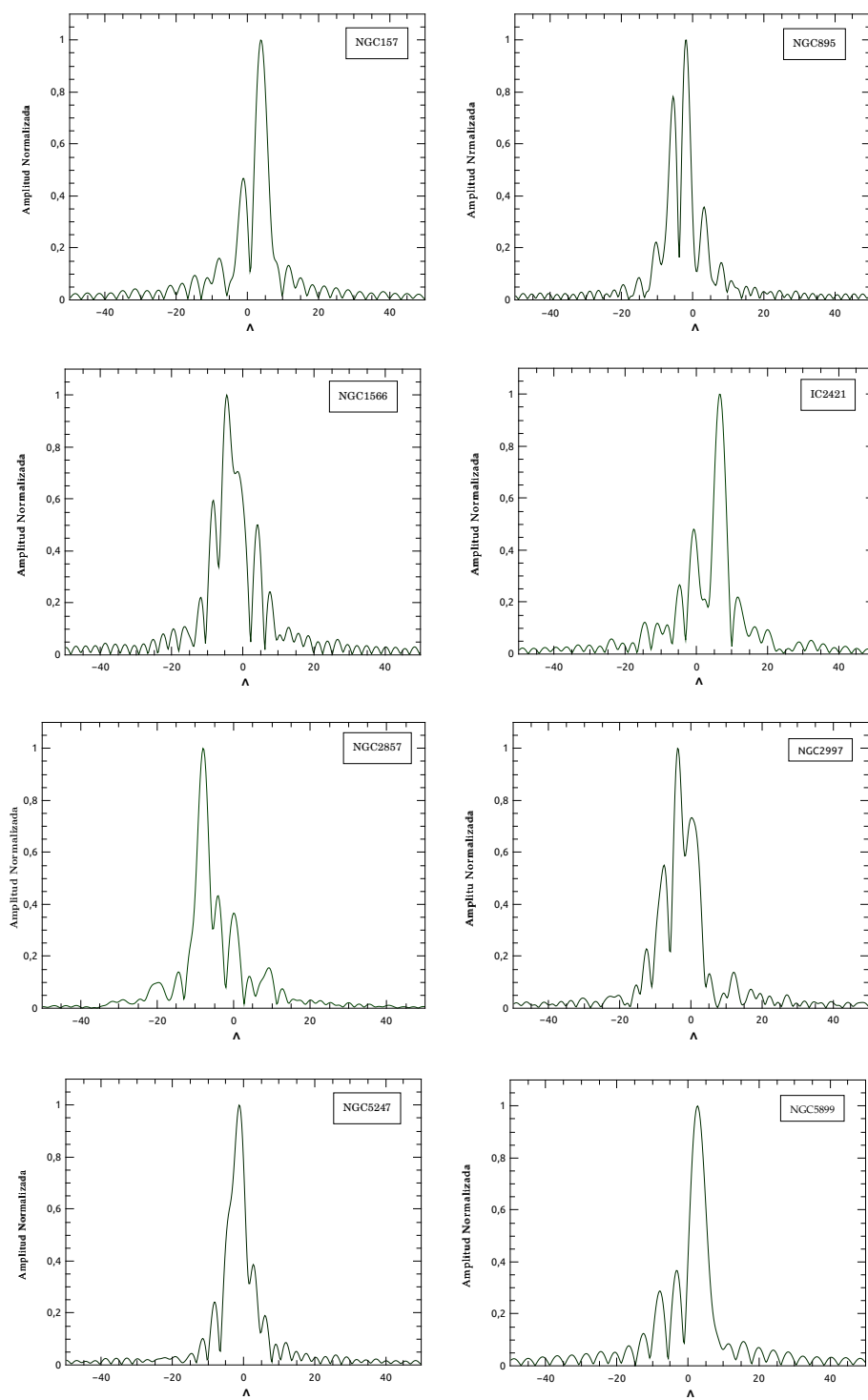


Figura 4.2: Espectros de Fourier, componente $m = 2$.

la ecuación de una espiral logarítmica puede convertirse en una función lineal sobre el plano galáctico. El segundo método no tiene esta ventaja, ya que la expresión matemática de la espiral logarítmica sobre el plano tangente no es lineal. Los dos métodos son esencialmente iguales, aunque el primero aparentemente es más fácil, estrictamente hablando los dos son diferentes en la practica, ya que el segundo método puede ser mejor debido a que en la mayoría de imágenes de galaxias estas se encuentran inclinadas. Por lo tanto, con este método es más fácil medir el error en el ángulo de inclinación y el ángulo de posición del eje mayor de la galaxia. Sin embargo, el primer método puede ser usado si la galaxia sufre un proceso de deproyección. Entonces, como a la muestra de galaxias se le ha realizado el proceso de deproyección se utiliza el primer método para determinar el error en el espesor del disco.

El error en la expresión del espesor del disco galáctico se calcula con la aproximación de segundo orden para la incertidumbre, así:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial r_0} dr_0 + \frac{\partial H}{\partial \Lambda} d\Lambda$$

$$dH = \frac{2}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} dr_0 - \frac{2r_0\Lambda}{(\Lambda^2 + m^2)^{3/2}} d\Lambda,$$

Al dividir por H se obtiene:

$$\frac{dH}{H} = \frac{dr_0}{r_0} - \frac{\Lambda^2}{(\Lambda^2 + m^2)} \frac{d\Lambda}{\Lambda}.$$

Entonces el error relativo en el espesor H esta dado por:

$$\frac{dH}{H} = \sqrt{\left(\frac{dr_0}{r_0}\right)^2 + \left(-\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + m^2} \frac{d\Lambda}{\Lambda}\right)^2}.$$

Debido a que el parámetro Λ se obtiene de los coeficientes de Fourier con el programa 2DFFT, en el cual se utiliza un paso mínimo de $\Delta\Lambda = 0,25$, se asocia la mitad del paso a la incertidumbre del parámetro Λ . Por lo tanto, el error relativo relacionado con Λ es $0,125/\Lambda$.

Galaxia	m	$\Lambda \pm \frac{d\Lambda}{\Lambda}$	$r_0(kpc) \pm \frac{dr_0}{r_0}(kpc)$	$H \pm \frac{dH}{H}(kpc)$
IC2421	2	$6,57 \pm 0,02$	$1,03 \pm 0,12$	$0,30 \pm 0,12$
NGC157	2	$3,87 \pm 0,03$	$0,69 \pm 0,09$	$0,31 \pm 0,09$
NGC895	2	$1,89 \pm 0,06$	$1,01 \pm 0,07$	$0,73 \pm 0,07$
NGC1566	2	$4,46 \pm 0,03$	$0,99 \pm 0,05$	$0,40 \pm 0,05$
NGC2857	2	$8,01 \pm 0,02$	$1,60 \pm 0,04$	$0,38 \pm 0,04$
NGC2997	2	$3,60 \pm 0,03$	$0,53 \pm 0,23$	$0,32 \pm 0,23$
NGC5194	2	$6,93 \pm 0,02$	$0,33 \pm 0,03$	$0,09 \pm 0,03$
NGC5247	2	$1,27 \pm 0,09$	$0,36 \pm 0,10$	$0,30 \pm 0,10$
NGC5899	2	$2,76 \pm 0,04$	$0,32 \pm 0,12$	$0,18 \pm 0,12$

Tabla 4.1: Espesor para 9 galaxias espirales.

POTENCIAL GRAVITACIONAL DE LOS BRAZOS ESPIRALES

Con el objetivo de determinar el potencial gravitacional que gobierna el movimiento de los brazos espirales se resuelve la ecuación de Poisson para la densidad de materia de los brazos. Por lo tanto, es necesario conocer la densidad volumétrica de los brazos espirales. Ya que la densidad volumétrica se define como la razón entre la masa y el volumen y en los capítulos anteriores se determinaron los parámetros para conocer el volumen de los brazos, en este capítulo se determina la distribución de masa del disco con espesor finito para luego calcular su densidad y así poder introducirla en la ecuación de Poisson y finalmente calcular el potencial de los brazos espirales.

5.1. Distribución de masa en el disco de galaxias espirales

La mejor forma de modelar la distribución de masa en una galaxia espiral es considerando la masa como la suma de las contribuciones de las masas del bulbo, el disco y el halo de materia oscura. Aunque las galaxias espirales también están conformadas por un halo de materia luminosa su masa no es considerada ya que no contribuye de manera significativa al potencial.

$$M_T = M_B + M_D + M_H. \quad (5.1)$$

En este trabajo únicamente se determina la masa para el disco de la galaxia, la cual es calculada del balance entre la fuerza centrífuga y la fuerza gravitacional, ya que el gas y las estrellas en el disco se mueven en órbitas casi circulares.

La fuerza gravitacional ejercida sobre una estrella en un dado radio por las estrellas y el gas presentes en el disco de masa M_D esta dada por:

$$F_g = G \frac{M_D m}{r^2}, \quad (5.2)$$

mientras la fuerza centrífuga para la estrella que se mueve con velocidad v en un dado radio es:

$$F_c = m \frac{v^2(r)}{r}. \quad (5.3)$$

Entonces igualando las dos fuerza se obtiene

$$G \frac{M_D m}{r^2} = m \frac{v^2(r)}{r}, \quad (5.4)$$

de tal manera que la masa del disco es

$$M_D = \frac{v^2(r)r}{G}. \quad (5.5)$$

Se puede observar que la masa es función de la velocidad circular, la cual se encuentra a partir de la curva de rotación de las galaxias, ya que las curvas de rotación son la mejor forma de determinar la distribución de masa en estos sistemas. En el estudio de las distribuciones de masa a partir de la rotación de las galaxias es necesario hacer suposiciones sobre algunas propiedades generales. Como primera suposición se asume que las galaxias se encuentran en estado estacionario, debido a que las aceleraciones nunca pueden ser medidas directamente en una galaxia y entonces deben ser estimadas a partir del campo de velocidades en un instante de tiempo. Por otro lado, también se asume que los movimientos y las distribuciones de masa están gobernadas únicamente por la gravitación newtoniana de las estrellas y del gas, de tal manera que se desprecian las fuerzas magnéticas presentes entre las iteraciones del gas (Agüero, 2009).

Con el fin de determinar la velocidad circular de las partículas en el disco galáctico se estudia su dinámica que es descrita por la ecuación de Jeans

$$\frac{\partial \langle \vec{v} \rangle}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \langle \vec{v} \rangle}{\partial \vec{r}} = -\nabla \Phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial (P)}{\partial \vec{r}}, \quad (5.6)$$

donde $\langle \vec{v} \rangle$ es la velocidad media de un grupo de partículas en la posición \vec{r} , P es el término de presión dado por $P = \rho a^2$ para la dispersión de velocidades del conjunto a y Φ es el potencial gravitacional de las partículas. De acuerdo a las observaciones de las líneas de emisión a partir del gas interestelar se ha establecido que su dispersión de velocidades es aproximadamente del orden de 10^{-10} mucho menor que la velocidad de rotación de las estrellas (Agüero, 2009), además el ISM representa el 10 % de la masa de las estrellas, por lo cual tiene poca influencia en la dinámica de la galaxia. Por consiguiente, el término de presión no se tiene en cuenta. El término del lado izquierdo con derivadas parciales expresa la derivada total con respecto al tiempo de la velocidad media, en la cual el movimiento es visto desde una región fija fuera del conjunto de partículas,

$$\frac{d \langle \vec{v} \rangle}{dt} = -\nabla \Phi. \quad (5.7)$$

Al considerar que la rotación es dominante, la aceleración media es igual a la velocidad centrípeta, por lo tanto, la componente radial de la aceleración es:

$$\frac{v^2(r)}{r} = -\nabla\Phi. \quad (5.8)$$

Debido a que se asume que la galaxia tiene simetría axial ($\Phi \neq \Phi(\theta)$) el gradiente solo depende de las coordenadas r y z , entonces la velocidad es:

$$v^2(r) = r \frac{\partial\Phi}{\partial r} + r \frac{\partial\Phi}{\partial z}. \quad (5.9)$$

Por ultimo suponiendo que el movimiento esta restringido a un solo plano, es decir $z = 0$, la velocidad finalmente esta dada por:

$$v^2(r) = r \frac{\partial\Phi}{\partial r}. \quad (5.10)$$

Ahora, de acuerdo al resultado obtenido en el capítulo 4 el potencial para un disco con espesor finito esta dado por la ecuación 4.33, que puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} V_1(r, \theta, z) &\approx \frac{-2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) e^{i(\Lambda \ln r)} \\ &\approx \frac{-2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) (\cos(\Lambda \ln r) + i \sin(\Lambda \ln r)). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Derivando el potencial con respecto a la coordenada r se tiene:

$$\frac{\partial V_1}{\partial r} = \frac{-2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta} \left\{ \left(\Lambda \frac{r_0}{r^2} - \frac{\Lambda}{r} \right) [\sin(\Lambda \ln r) - i \cos(\Lambda \ln r)] + \frac{r_0}{r^2} [\cos(\Lambda \ln r) + i \sin(\Lambda \ln r)] \right\} \quad (5.12)$$

y multiplicando por r se obtiene el cuadrado de la velocidad:

$$v^2 = \frac{-2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta} \left\{ \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda \right) [\sin(\Lambda \ln r) - i \cos(\Lambda \ln r)] + \frac{r_0}{r} [\cos(\Lambda \ln r) + i \sin(\Lambda \ln r)] \right\}. \quad (5.13)$$

Tanto la velocidad de las estrellas como la masa del disco son valores reales, pero la ecuación anterior tiene una parte real y una parte imaginaria, por esta razón se determina su modulo con el propósito de obtener un valor real para la velocidad y por consiguiente para la masa.

Se escribe la velocidad como un producto:

$$v^2 = B \cdot C,$$

con $B = \frac{-2\pi GA}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta}$ un valor complejo y $C = \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda \right) [\sin(\Lambda \ln r) - i \cos(\Lambda \ln r)] + \frac{r_0}{r} [\cos(\Lambda \ln r) + i \sin(\Lambda \ln r)]$ con partes real e imaginaria:

$$ReC = \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right) \sin(\Lambda nr) + \frac{r_0}{r} \cos(\Lambda nr) \quad (5.14)$$

$$ImC = -\left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right) i \cos(\Lambda nr) + \frac{r_0}{r} i \sin(\Lambda nr), \quad (5.15)$$

de tal manera que el modulo de la velocidad al cuadrado se puede tomar como:

$$|v^2| = |B| \cdot |C| = \sqrt{B \cdot \bar{B}} \sqrt{(\Re C)^2 + (\Im C)^2}. \quad (5.16)$$

La constante A en la parte B se puede obtener a partir de la ecuación 4.27 al evaluar la densidad superficial en el radio máximo de la estructura espiral, es decir $A = \sigma(R) R e^{-i\Lambda n R}$, entonces el modulo de B es igual a:

$$\begin{aligned} |B| &= \sqrt{\left(\frac{-2\pi G\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{-im\theta - i\Lambda n R}\right) \left(\frac{-2\pi G\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} e^{im\theta + i\Lambda n R}\right)} \\ &= \frac{2\pi G\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

y para C se obtiene:

$$(ReC)^2 = \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - 1\right)^2 \sin^2(\Lambda nr) + 2\frac{r_0}{r} \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right) \sin(\Lambda nr) \cos(\Lambda nr) + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \cos^2(\Lambda nr),$$

$$(ImC)^2 = \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right)^2 \cos^2(\Lambda nr) - 2\frac{r_0}{r} \left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right) \sin(\Lambda nr) \cos(\Lambda nr) + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \sin^2(\Lambda nr),$$

$$\begin{aligned} |C| &= \sqrt{\left(\Lambda \frac{r_0}{r} - \Lambda\right)^2 [\sin^2(\Lambda nr) + \cos^2(\Lambda nr)] + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 [\cos^2(\Lambda nr) + \sin^2(\Lambda nr)]} \\ &= \sqrt{\Lambda^2 \frac{r_0^2}{r^2} - 2\Lambda^2 \frac{r_0}{r} + \Lambda^2 + \frac{r_0^2}{r^2}}, \end{aligned} \quad (5.18)$$

entonces,

$$|v^2| = \frac{2\pi G\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} \sqrt{\Lambda^2 \frac{r_0^2}{r^2} - 2\Lambda^2 \frac{r_0}{r} + \Lambda^2 + \frac{r_0^2}{r^2}}. \quad (5.19)$$

La ecuación 5.19 se sustituye en la ecuación 5.5 para obtener la masa del disco, así:

$$M_D(r) = \frac{2\pi\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} \sqrt{\Lambda^2 r_0^2 - 2\Lambda^2 r_0 r + \Lambda^2 r^2 + r_0^2}, \quad (5.20)$$

que depende de la coordenada r . Debido que se considera que el disco es axisimétrico y que los brazos espirales son iguales, con base en el estudio realizado por Pichardo et al. (2003), en

el cual establece que la razón entre la masa total de los brazos espirales y la masa del disco puede ser $M_B/M_D = 0,0175$, $0,03$ o $0,05$, esta razón se toma como $M_B/M_D = 0,0175$, ya que las galaxias de la muestra tienen dos brazos espirales. Por consiguiente la masa para cada uno de los brazos espirales esta dada por:

$$M_B(r) = (0,035) \frac{\pi\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} \sqrt{\Lambda^2 r_0^2 - 2\Lambda^2 r_0 r + \Lambda^2 r^2 + r_0^2}. \quad (5.21)$$

El error relativo para la masa de los brazos espirales es:

$$\frac{dM_D}{M_D} = \sqrt{\left(\frac{\partial M_B}{\partial r_0} dr_0\right)^2 + \left(\frac{\partial M_B}{\partial \Lambda} d\Lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial M_B}{\partial \sigma(R)} d\sigma(R)\right)^2 + \left(\frac{\partial M_B}{\partial R} dR\right)^2}. \quad (5.22)$$

5.2. Distribución de densidad de los brazos espirales.

La distribución de densidad para los brazos espirales esta dada por:

$$\rho(r) = \frac{M(r)}{V(r)}, \quad (5.23)$$

donde V es el volumen de los brazos espirales, definido como:

$$V(r) = W(r) \cdot H \cdot L, \quad (5.24)$$

con $W(r)$ el ancho de los brazos espirales dado por la ecuación 3.8, H el espesor de los brazos espirales dado por 4.36 y L la longitud de los brazos espirales.

El error del volumen es determinado a partir de las incertidumbres del ancho, espesor y longitud de los brazos espirales, así:

$$\frac{dV}{V} = \sqrt{\left(\frac{dW}{W}\right)^2 + \left(\frac{dH}{H}\right)^2 + \left(\frac{dL}{L}\right)^2}. \quad (5.25)$$

Al reemplazar las ecuaciones 5.21 y 5.24 en la ecuación 5.23 se obtiene:

$$\rho(r) = \frac{(0,035)\pi\sigma(R)R}{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}} \frac{\sqrt{\Lambda^2 r_0^2 - 2\Lambda^2 r_0 r + \Lambda^2 r^2 + r_0^2}}{W(r)L} \frac{\sqrt{\Lambda^2 + m^2}}{(2r_0)}$$

$$\rho(r) = (0,035)\pi\sigma(R)R \frac{\sqrt{\Lambda^2 - 2\Lambda^2 \frac{r}{r_0} + \Lambda^2 \frac{r^2}{r_0^2} + 1}}{2W(r)L}. \quad (5.26)$$

Como ya se conocen los errores relativos para la masa y para el volumen de los brazos espirales, estos se emplean para determinar el error en la distribución de la densidad, dado por:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{dM_D}{M_D}\right)^2 + \left(\frac{dV}{V}\right)^2}. \quad (5.27)$$

5.3. Determinación del potencial de los brazos espirales

Con el propósito de calcular el potencial gravitacional de los brazos espirales se soluciona la ecuación de Poisson para su distribución de densidad, dada por la ecuación 5.26. La ecuación de Poisson entonces es:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi\rho(r).$$

Ya que el potencial gravitacional de los brazos espirales en un potencial tridimensional la ecuación anterior puede ser escrita en coordenadas cilíndricas como sigue:

$$\nabla^2 \Phi(r, \theta, z) = 4\pi\rho(r)\delta(\theta)\delta(z). \quad (5.28)$$

La ecuación de Poisson se soluciona con el método usado en el capítulo 4, a partir de la solución de la ecuación Poisson para un disco infinitamente delgado. Como el potencial para un disco infinitamente delgado en $z \neq 0$ satisface la ecuación de Laplace 4.6, por el método de separación de variables, $V(r, \theta, z) = R(r)Q(\theta)Z(z)$, se obtiene

$$\frac{1}{rR} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Qr^2} \frac{d^2 Q}{d\theta^2} = -\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k^2,$$

es decir,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z &= 0, \\ \frac{1}{rR} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Qr^2} \frac{d^2 Q}{d\theta^2} + k^2 &= 0. \end{aligned}$$

Para la primera ecuación la solución es de la forma

$$Z(z) = e^{\pm kz}$$

mientras la segunda ecuación se multiplica por r^2 y se separan variables para Q así:

$$\frac{d^2 Q}{d\theta^2} + m^2 Q = 0,$$

cuya solución es:

$$Q(\theta) \propto e^{-im\theta},$$

y para R como sigue:

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + k^2 r^2 R - m^2 R = 0.$$

al realizar un cambio de variable $x = kr$ se obtiene la ecuación de Bessel:

$$\frac{\partial^2 R_\beta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial R}{\partial x} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right) = 0,$$

la cual tiene como solución las funciones de Bessel de orden m , $R_k(x) = J_m(kr)$.

Así que el potencial es:

$$V(r, \theta, z) = e^{-im\theta} \int_0^\infty J_m(\beta r) e^{-k|z|} dk,$$

y la densidad superficial en este caso es:

$$\sigma(r, \theta) = -\frac{1}{2\pi G} e^{-im\theta} \int_0^\infty \beta k J_m(kr) dk.$$

Estas dos últimas ecuaciones se utilizan para encontrar el potencial generado por la densidad de los brazos espirales, mediante una función de densidad $S_m(k)$ tal que cumpla:

$$\begin{aligned} \rho(r)\delta(\theta) &= \int_0^\infty S_m(k) \sigma(r, \theta) dk \\ &= -\frac{1}{2\pi G} \int_0^\infty k S_m(k) e^{-im\theta} J_m(kr) dk, \end{aligned} \quad (5.29)$$

de tal manera que el potencial de los brazos espirales este dado por:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta, z) &= \int_0^\infty S_m(k) V(r, \theta, z) dk \\ &= \int_0^\infty S_m(k) J_m(kr) e^{-k|z| - im\theta} dk. \end{aligned} \quad (5.30)$$

La ecuación 5.29 es la transformada de Hankel de orden m para $\rho(r)\delta(\theta)$, que de acuerdo a B.3 puede ser invertida, obteniendo así:

$$S_m(k) = -2\pi G \int_0^\infty r' J_m(kr') \rho(r) \delta(\theta) dr' \quad (5.31)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 5.30, se tiene:

$$\Phi(r, \theta, z) = -2\pi^2 G \int_0^\infty J_m(kr) e^{-k|z|-im\theta} dk \int_0^\infty r' J_m(kr') \rho(r) \delta(\theta) dr'. \quad (5.32)$$

Finalmente se reemplaza la distribución de densidad $\rho(r)$ y se obtiene:

$$\Phi(r, \theta, z) = -\Phi_0 \int_0^\infty J_m(kr) e^{-k|z|-im\theta} dk, \quad (5.33)$$

donde Φ_0 es la amplitud del potencial dada por

$$\Phi_0 = \frac{(0,07)G\pi^2\sigma(R)R}{L} I(r'),$$

con

$$I(r') = \int_0^\infty r' J_m(kr') \frac{\sqrt{\Lambda^2 - 2\Lambda^2 \frac{r'}{r_0} + \Lambda^2 \frac{r'^2}{r_0^2} + 1}}{W(r')} dr'.$$

La integral $I(r')$ es evaluada numéricamente para cada una de las galaxias de la muestra, desde r_o hasta R el radio máximo de la estructura espiral. El factor de escala k en la función de Bessel es el número de onda radial (Ver: 1.4), el cual se puede escribir en función del parámetro de enrollamiento como:

$$k = \frac{\Lambda}{r}. \quad (5.34)$$

Debido a que las galaxias espirales de la muestra son casi Face-on, la densidad superficial total del disco puede ser tomada de la siguiente manera:

$$\sigma(r) = \gamma \Sigma_0 e^{(-r/r_s)},$$

donde $\gamma = \frac{M}{L}$ es la razón masa-luminosidad¹ del disco de la galaxia, $\Sigma_0(r)$ es el brillo superficial central y r_s es la longitud de escala (ver ecuación 2.3) (Hu et al., 2006). De acuerdo a Van der Kruit & Freeman (1986) y Herrmann & Ciardullo (2008) la razón masa-luminosidad es aproximadamente constante sobre todo el disco galáctico. Según el estudio de Van der Kruit (1988), en el cual mediante la distribución vertical del disco de estrellas deduce la razón masa-luminosidad a partir de la velocidad de dispersión y el espesor del disco, y concluye que el mejor valor para esta razón es $\gamma = 6 \pm 2M_\odot/L_\odot^2$.

¹Razón entre la masa y el flujo de radiación total de la galaxia.

² $M_\odot = 1,983 \times 10^{30} \text{ kg}$ y $L_\odot = 3,84 \times 10^{26} \text{ W}$ se refieren a la masa del sol y la luminosidad del sol respectivamente.

La longitud de escala y el brillo superficial central para la muestra de galaxias se obtienen de los estudios realizados por Fathi et al. (2010) y Fathi (2010), quienes derivaron la longitud de escala para 30374 galaxias de disco no interactuantes y analizaron el brillo superficial central para 29955 galaxias de disco, respectivamente.

Puesto que ya se conocen los valores para la razón masa-luminosidad, el brillo superficial central, la longitud de escala y el valor de la integral $I(r')$ es posible calcular la amplitud del potencial cuyo error es igual al error de la densidad volumétrica de los brazos espirales, debido a que el potencial es función de dicha densidad. Los parámetros anteriormente mencionados y la amplitud del potencial para cada una de las galaxias se muestran en la tabla 5.1 con sus respectivos errores.

Galaxia	$R \pm dR(kpc)$	$\Sigma_0(\frac{L_\odot}{pc^2})$	$r_s(kpc)$	$\sigma(R)(\frac{M_\odot}{pc^2})$	$I(r')(kpc)$	$\Phi_0 x 10^4 \pm d\Phi_0(\frac{km^2}{s^2})$
IC2421	$9,57 \pm 0,68$	9,34	5,31	9,24	1027,94	$3,38 \pm 14,66$
NGC157	$4,89 \pm 0,25$	15,87	3,36	22,20	1365,25	$10,41 \pm 11,49$
NGC895	$6,77 \pm 0,11$	12,07	3,01	7,63	1394,53	$5,84 \pm 12,45$
NGC1566	$3,28 \pm 2,23$	12,89	2,46	20,44	681,865	$8,64 \pm 10,34$
NGC2857	$10,09 \pm 0,15$	13,25	3,13	3,16	2032,26	$2,46 \pm 15,62$
NGC2997	$5,06 \pm 0,13$	12,68	2,03	6,44	9701,19	$16,65 \pm 11,03$
NGC5194	$2,34 \pm 1,62$	10,17	4,36	35,67	1050,91	$20,79 \pm 9,53$
NGC5247	$3,27 \pm 2,24$	12,35	4,77	37,35	526,653	$6,09 \pm 9,85$
NGC5899	$1,77 \pm 0,05$	10,24	3,36	36,28	907,876	$13,30 \pm 6,27$

Tabla 5.1: Amplitud del potencial gravitacional de los brazos espirales.

La distribución de luminosidad estelar en las galaxias refleja la física de la formación estelar y de la estructura espiral, porque la luminosidad esta relacionada con el numero estrellas en las galaxias (Mihalas & Binney, 1981). Por lo tanto, se puede decir que entre más luminosa sea una galaxia más estrellas contiene y que la rata de formación estelar es más eficiente. Entonces, ya que la formación estelar depende de la fuerza del patrón perturbador, que genera la estructura y el nacimiento de estrellas, el potencial gravitacional de los brazos espirales debe ser más intenso para galaxias más luminosas.

Una forma de saber, que galaxias tienen mayor luminosidad que otras es comparando su clase de luminosidad. La clase de luminosidad de una galaxia esta basada en un sistema de clasificación que relaciona la coherencia de la estructura espiral con la luminosidad, en el cual la denominación se hace con los números romanos I, II, III, IV y V para denotar galaxias de decreciente luminosidad (Elmegreen, 1998). Entonces, galaxias con brazos espirales mejor definidos y alto brillo superficial se clasifican con clase de luminosidad I, mientras que aquellas con brazos menos desarrollados y brillo superficial débil tienen una clase de luminosidad V.

De acuerdo a lo anterior, la amplitud de los brazos espirales para las galaxias de la muestra es comparada con la clase de luminosidad. Se encuentra que galaxias como NGC2997 y NGC5194

con clase de luminosidad I tienen un potencial más intenso que galaxias de clase II-III tales como NGC157, NGC1566, NGC5899 y NGC5247 las cuales a su vez presentan un potencial más intenso que IC2421 y NGC2857 con clase de luminosidad III y que NGC895 con clase IV. De esta manera se corrobora que galaxias más luminosas tienen brazos espirales con un potencial gravitacional más fuerte que galaxias menos luminosas.

CONCLUSIONES

- En este trabajo se usó una muestra de 9 galaxias espirales *grand design* a las cuales se les midió la longitud de los brazos espirales, se les determinó el comportamiento del ancho de los brazos en función del radio y se les calculó el espesor, parámetros que fueron utilizados para determinar el volumen y la densidad de los brazos espirales.
- Con el fin de determinar el comportamiento de ancho de los brazos espirales en función del radio se calculó la transformada de Fourier bidimensional, de la cual se encontró que la componente $m = 2$ es la componente más dominante en todas las galaxias, por lo tanto esta componente se usó para hallar la transformada inversa de Fourier y encontrar una distribución teórica de intensidad sobre la cual se midió el ancho de los brazos en diferentes radios.
- Se pudo observar en las imágenes de la transformada inversa de Fourier que el ancho de los brazos parece incrementar cuando aumenta la luminosidad de los brazos espirales, es decir, cuando la función de densidad tiene baja amplitud a lo largo del brazo el ancho decrece. Esta disminución en el ancho se observa en la región central mientras que en las regiones externas se puede ver un aumento, por lo cual los datos obtenidos al medir el ancho de los brazos se ajustaron a una función gaussiana, que resultó ser la más conveniente ya que el valor promedio de correlación es 0.94.
- Debido a que generalmente las regiones donde las funciones de densidad tienen baja amplitud se relacionan con la resonancia de corrotación, como trabajo futuro se puede usar el método propuesto por (Vera-Villamizar 2001) para medir el radio de corrotación y de esta manera corroborar que dicha disminución en la intensidad está relacionada con el radio de corrotación.
- La longitud de los brazos espirales se midió sobre las imágenes la distribución de densidad en coordenadas polares, ya que de esta forma se puede observar la estructura espiral desenrollada, de tal manera que es posible medir la máxima extensión de los brazos espirales.

- El método utilizado por (Peng 1988) se usó para calcular una expresión con la cual es posible medir el espesor de los brazos espirales, de la cual se puede establecer que el espesor es constante, ya que no depende de la coordenada radial, si no que es función del radio donde comienzan los brazos espirales denominado radio prohibido, que es un parámetro propio de cada galaxia el cual se midió sobre las imágenes de las galaxias deproyectadas. El espesor también es función del parámetro de enrollamiento de los brazos y el número de brazos, valores constantes obtenidos a partir del análisis de Fourier.
 - El resultado obtenido para el espesor esta de acuerdo con la evidencia observacional, con las investigaciones realizadas en galaxias ubicadas Edge-on y con el estudio de la dispersión de velocidades de las estrellas viejas en el disco, que se mueven con velocidades de dispersión en la dirección vertical que disminuyen con el radio, de tal forma que producen un disco con espesor constante.
 - Se pudo establecer que galaxias con un parámetro de enrollamiento pequeño tienen un radio prohibido grande por lo tanto un espesor grande, entonces se concluye que el espesor de las galaxias es un parámetro que no se puede despreciar ya que entre más grueso sea el espesor de los brazos espirales, más débil sera la fuerza del mecanismo que los genera.
 - Mediante el estudio de la relación entre la amplitud del potencial gravitacional para un disco con espesor finito y un disco con un espesor infinito se concluyó que la estructura espiral no puede existir en la región central de un disco con espesor finito, por lo cual como trabajo futuro se puede estudiar la región circumnuclear de estas galaxias espirales para determinar si existe una estructura espiral o no.
 - Debido a que la masa del disco galáctico es función de la velocidad circular de las estrellas, la mejor forma de encontrar la distribución del masa sobre el disco es a partir de la curva de rotación de las galaxias. Entonces, con el propósito de encontrar la masa del disco se realizó la derivada del potencial gravitacional para un disco de espesor finito con respecto a la coordenada radial y se encontró que la distribución de masa del disco aumenta en función del radio.
 - Con el objetivo de calcular el potencial gravitacional de los brazos espirales se solucionó la ecuación de Poisson tridimensional para un sistema con espesor infinito mediante el uso de funciones de Bessel y la integral de Hankel para introducir la densidad de los brazos espirales la cual se resolvió numéricamente. Se encontró que el potencial depende de la función de Bessel de orden 2 en la coordenada radial, debido a que las galaxias tienen dos brazos espirales, y que la distribución de densidad a lo largo de la coordenada z disminuye exponencialmente.
 - La amplitud del potencial gravitacional de los brazos espirales se calculó para la muestra de galaxias y se comparó con la clase de luminosidad de cada una de las galaxias, de lo cual se pudo concluir que galaxias con mayor luminosidad presentan un potencial de brazos espirales más intenso que galaxias menos luminosas.
-

TRANSFORMADA DE FOURIER

Un proceso físico se puede describir en el dominio espacial o temporal o en el dominio de la frecuencia. La transformada de Fourier nos permite pasar del dominio espacial al dominio de la frecuencia donde se pueden aplicar diferentes operaciones que permiten obtener mayor información de un fenómeno una vez que volvamos al dominio espacial mediante la transformada inversa.

Cualquier función $f(x)$ continua en la variable x que cumpla condiciones de integrabilidad puede ser escrita como una transformada de Fourier. La transformada de Fourier se define como:

$$\mathcal{F}[f(x)] = F(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\kappa x} dx \quad (\text{A.1})$$

Dada una función $F(\kappa)$ se puede encontrar $f(x)$ empleando la transformada inversa de Fourier:

$$\mathcal{F}^{-1}[F(\kappa)] = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\kappa)e^{-i\kappa x} d\kappa \quad (\text{A.2})$$

En general $f(x)$ y $F(\kappa)$ son funciones complejas.

La transformada de Fourier es fácil de generalizar en un espacio Dos-Dimensional. Sea $f(x, y)$ continua e integrable y $F(\kappa, l)$ integrable, entonces existe el siguiente par de transformadas de Fourier:

$$\mathcal{F}[f(x, y)] = F(\kappa, l) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{-i(\kappa x + ly)} dx dy \quad (\text{A.3})$$

$$F^{-1}[f(\kappa, l)] = f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\kappa, l) e^{-i(\kappa x + l y)} dk dl \quad (\text{A.4})$$

FUNCIONES DE BESSEL E INTEGRAL DE HANKEL

B.1. Funciones de Bessel

La ecuación de Bessel es una ecuación diferencial que tiene la forma:

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2} \right) y = 0 \quad (\text{B.1})$$

donde ν es un número real o complejo que se denomina orden de las funciones de Bessel de primera y segunda clase, $J_\nu(x)$ y $Y_\nu(x)$ las cuales son soluciones linealmente independientes de la ecuación de Bessel.

La Función de Bessel de primera clase es posible definirla en forma de serie por su expansión en serie de Taylor en torno a $x = 0$

$$J_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(\nu+k)!} \left(\frac{1}{2}x \right)^{\nu+2k}$$

Al cambiar ν por $-\nu$, se obtiene

$$J_{-\nu}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(-\nu+k)!} \left(\frac{1}{2}x \right)^{-\nu+2k}$$

mientras la Función de Bessel de segundo orden es definida por la relación:

$$Y_\nu(x) = \frac{\cos \nu\pi J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{\sin \nu\pi}$$

Si $\nu \neq n$ con n un entero ($n = 1, 2, 3, \dots$), la función $J_{-\nu}(x)$ no está acotada cuando $x \rightarrow 0$ mientras que $J_\nu(x)$ tiende a cero en las mismas circunstancias, por lo tanto, $J_\nu(x)$ y $J_{-\nu}(x)$ son linealmente independientes y la solución general para B.1 se puede escribir como:

$$y = C_1 J_\nu(x) + C_2 J_{-\nu}(x)$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias.

Cuando $\nu = n$, se tiene que

$$J_\nu(-x) = (-1)^n J_n(x); J_{-\nu}(x) = (-1)^n J_n(x); Y_{-\nu}(x) = (-1)^n Y_n(x)$$

Si C_ν denota cualquiera de las dos soluciones $J_\nu(x)$ o $Y_\nu(x)$,

$$C_{\nu-1}(x) + C_{\nu+1}(x) = \frac{2\nu}{x} C_\nu(x); C_{\nu-1}(x) - C_{\nu+1}(x) = 2 \frac{dC_\nu}{dx}$$

entonces para $\nu = 0$ la relación anterior implica

$$J'_0(x) = -J_1(x)$$

B.2. Transformada de Hankel

La integral de Hankel es una integral equivalente a la transformada de Fourier dos dimensional con un núcleo integral radialmente simétrico. Es un análogo de la integral de Fourier de las funciones de Bessel por lo que es también llamada transformada de Fourier-Bessel. La transformada de Hankel expresa cualquier función $f(r)$ como la suma ponderada de un número infinito de funciones de Bessel de primera clase $J_\nu(kr)$, en esta suma todas las funciones de Bessel tienen el mismo orden ν pero se diferencian en el factor de escala k a lo largo del eje r , entonces la transformada de Hankel de orden ν de una función $f(r)$ tiene la siguiente forma:

$$F_\nu(k) = \int_0^\infty f(r) J_\nu(kr) k dr \quad (\text{B.2})$$

donde

$$f(r) = \int_0^\infty F_\nu(k) J_\nu(kr) r dr \quad (\text{B.3})$$

es la imagen de la transformada de Hankel.

La ecuación B.3 puede ser obtenida de las series de Fourier-Bessel para el intervalo $(0, l)$ en el límite cuando $l \rightarrow +\infty$. Hankel (1875) estableció el siguiente teorema: Si la función f es continua a trozos, tiene límites variables sobre cualquier intervalo $0 < r < l$, y si la integral

$$\int_0^{\infty} \sqrt{r} |f(r)| dr < \infty \quad (\text{B.4})$$

converge, entonces B.3 es válida para $m > -1/2$ en todos los puntos donde f es continua, $0 < r < +\infty$. En un punto de discontinuidad x_0 , $0 < x_0 < +\infty$, el lado derecho de B.3 es igual a $[f(x_0-) + f(x_0+)]/2$, y cuando $x_0 = 0$ esta da $f(0+)/2$.

En el caso cuando $m \pm 1/2$, la ecuación B.3 se reduce al seno y al coseno de la transformada de Fourier, respectivamente. En el caso $m = (n/2) - 1$, donde $n=1,2,\dots$, B.3 puede ser interpretada como una integral de Fourier para funciones radiales sobre \mathbb{R}^n .

APROXIMACIÓN ASÍNTOTICA DEL POTENCIAL PARA UN DISCO CON ESPESOR FINITO

En este apéndice se realiza la aproximación asintótica del potencial gravitacional para una perturbación logarítmica de densidad deducido en el capítulo 4 dado por:

$$V_1(r, \theta, z = 0) = -AG\pi\alpha e^{-im\theta} 2^{i\Lambda+1} \frac{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2})} V(\alpha, r), \quad (\text{C.1})$$

donde

$$V(\alpha, r) = \int_0^\infty \frac{\beta^{-(i\Lambda+1)}}{\beta + \alpha} J_m(\beta r) d\beta. \quad (\text{C.2})$$

De acuerdo a Peng et al. (1979) la ecuación C.2 puede ser escrita como una transformada de Hankel con funciones de Lommel como kernel. Por lo tanto, antes de seguir se definen las las funciones de Lommel.

Las funciones de Lommel son solución de la ecuación diferencial de Lommel que es una forma inhomogenea de la ecuación diferencial de Bessel,

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2} \right) y = x^{\mu-1}, \quad (\text{C.3})$$

dichas soluciones se presentan en dos tipos: las funciones de Lommen de primera clase $s_{\mu,\nu}(x)$ y las funciones de Lommel de segunda clase $S_{\mu,\nu}(x)$, dadas por:

$$s_{\mu,\nu} = \frac{1}{2}\pi \left[Y_\nu(x) \int_0^\infty x^\nu J_\mu(x) dx - J_\nu(x) \int_0^\infty x^\mu Y_\nu(x) dx \right]$$

$$S_{\mu,\nu} s_{\mu,\nu} = s_{\mu,\nu} - 2^{\mu-1} \frac{\Gamma(\frac{1+\mu+\nu}{2})}{\pi \Gamma(\frac{\nu-\mu}{2})} (J_{\nu}(x) - \cos(\pi(\mu-\nu)/2) Y_{\nu}(x)). \quad (\text{C.4})$$

Para μ y ν fijos la aproximación asíntótica para las funciones de Lommel es

$$S_{\mu,\nu} = x^{\mu-1} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k a_k(-\mu, \nu) x^{-2k}, \quad (\text{C.5})$$

con

$$a_k(\mu, \nu) = \prod_{n=1}^k ((\mu + 2n - 1)^2 - \nu^2).$$

Entonces $\mu = i\Lambda$ y $\nu = m$ la ecuación C.2 se puede escribir como:

$$V(\alpha, r) = (2\alpha)^{-i\Lambda-1} \left[\frac{\Gamma(\frac{m-i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{m+i\Lambda+2}{2})} S_{i\Lambda+1,m}(\alpha r) - 2 \frac{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2})} S_{i\Lambda,m}(\alpha r) \right], \quad (m > 0) \quad (\text{C.6})$$

Ahora la ecuación C.1 se puede reescribir como

$$V_1 = -AG\pi\alpha e^{-im\theta} \nu(\alpha, r), \quad (\text{C.7})$$

con

$$\begin{aligned} \nu(\alpha, r) &= 2^{i\Lambda+1} \frac{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2})} V(\alpha r) \\ &= \alpha^{-i\Lambda-1} \left\{ \frac{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{m-i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{m+i\Lambda+2}{2})} S_{i\Lambda+1,m}(\alpha r) - 2 \frac{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2})} S_{i\Lambda,m}(\alpha r) \right\} \\ &= 2\alpha^{-i\Lambda-1} \{C(m, \Lambda) S(\alpha r) - S_{i\Lambda,m}(\alpha r)\} \end{aligned}$$

donde

$$C(\Lambda, m) = \frac{1}{2} \frac{\Gamma(\frac{1+m+i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{m-i\Lambda}{2})}{\Gamma(\frac{1+m-i\Lambda}{2}) \Gamma(\frac{m+i\Lambda+2}{2})}$$

se expande asíntoticamente usando la formula de Stirling, definida como:

$$\Gamma(x) = \sqrt{2\pi x} x^{x-\frac{1}{2}} e^{-x} \left[1 + \frac{x^{-1}}{12} + \frac{x^{-2}}{288} - O(x^{-3}) \right], \quad (\text{C.8})$$

de tal manera que cuando $m^2 + \Lambda^2$ es grande se obtiene:

$$C(\Lambda, m) = \frac{1}{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}}. \quad (\text{C.9})$$

Entonces,

$$\nu(\alpha, r) = 2\alpha^{-i\Lambda-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}} S_{i\Lambda+1}(\alpha r) - S_{i\Lambda, m}(\alpha r) \right\}. \quad (\text{C.10})$$

Al tomar el primer termino de la expansión asíntotica de $S_{\mu, \nu}(x)$ (ecuación C.5) cuando $|x| \gg 1$, es decir $S_{\mu, \nu} \sim (\alpha r)^{-\mu-1}$, se obtiene:

$$\nu(\alpha, r) \approx \frac{2}{\alpha} r^{i\Lambda} \left\{ \frac{1}{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}} - \frac{1}{\alpha r} \right\} = \frac{2}{\alpha} e^{i\Lambda \ln r} \left\{ \frac{1}{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}} - \frac{1}{\alpha r} \right\} \quad (\text{C.11})$$

Por lo tanto, cuando se sustituye la anterior expresión en la ecuación C.7 se tiene:

$$V_1 \approx -2\pi A G e^{i\Lambda \ln r - im\theta} \left(\frac{1}{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}} - \frac{1}{\alpha r} \right) \quad (\text{C.12})$$

IMÁGENES

En este apéndice se anexan las imágenes de la muestra de galaxias que no se muestran durante el desarrollo del trabajo. En el panel izquierdo de cada figura se muestran las imágenes deproyectadas, sin perfil radial y normalizadas. Y en el panel derecho se muestran las transformadas inversas de Fourier.

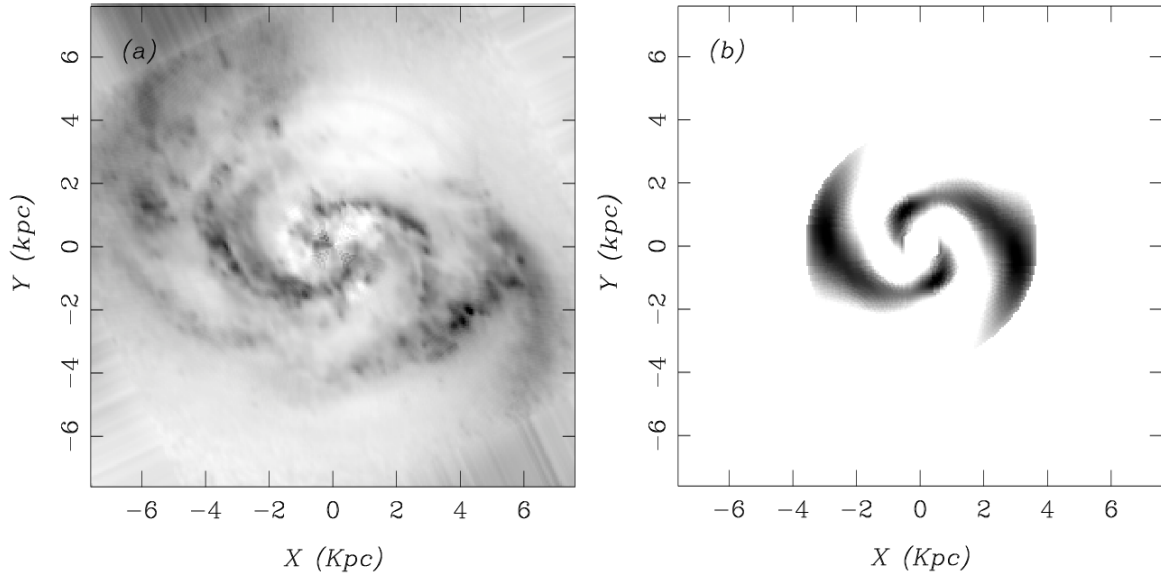


Figura D.1: NGC157 (a) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

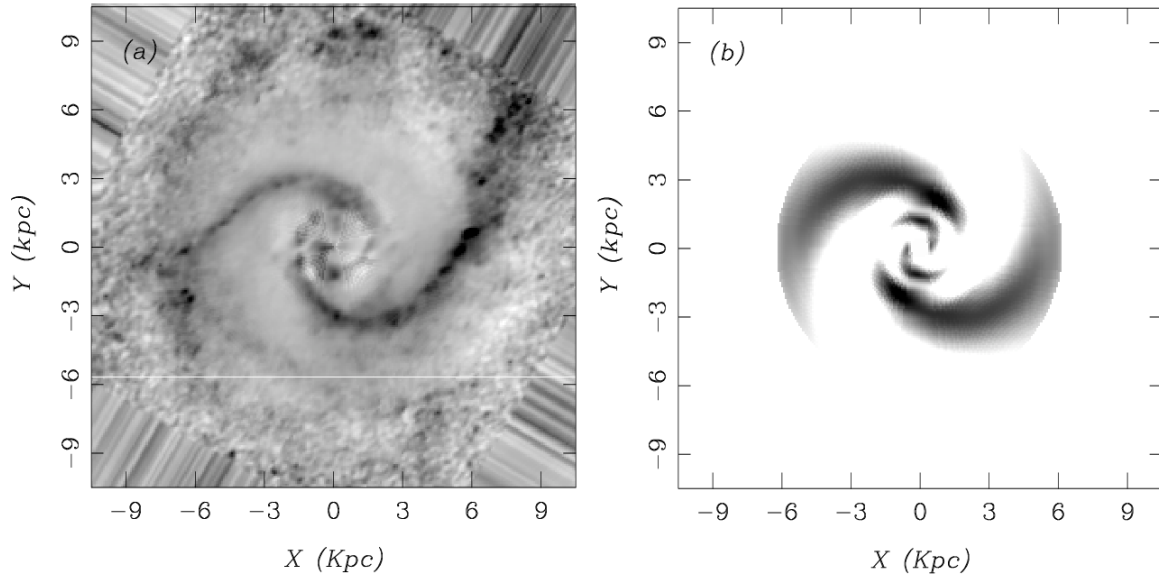


Figura D.2: NGC895 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

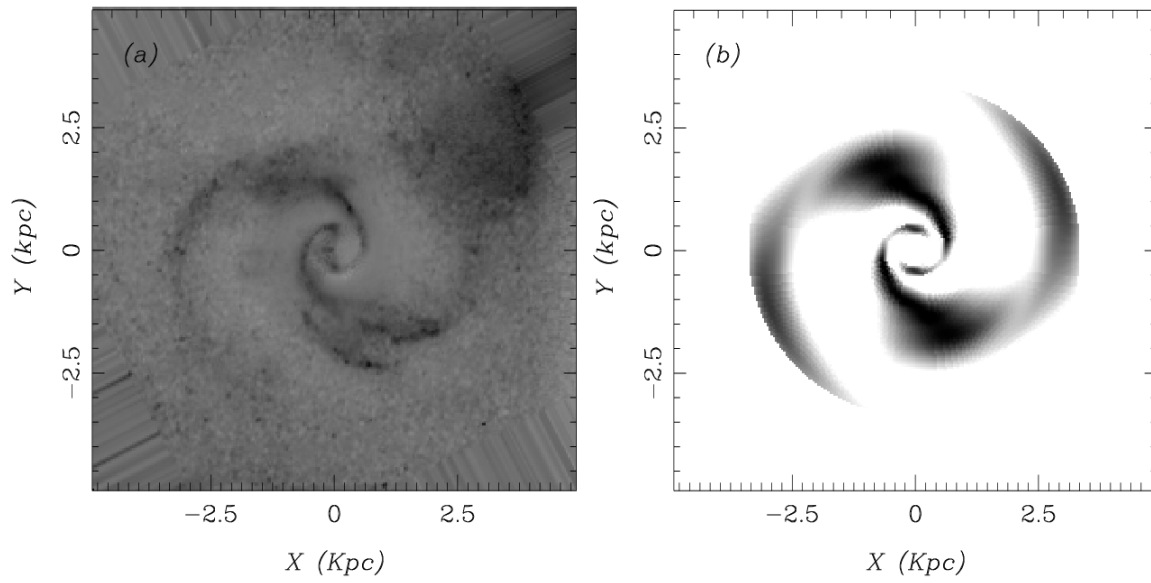


Figura D.3: NGC1566 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

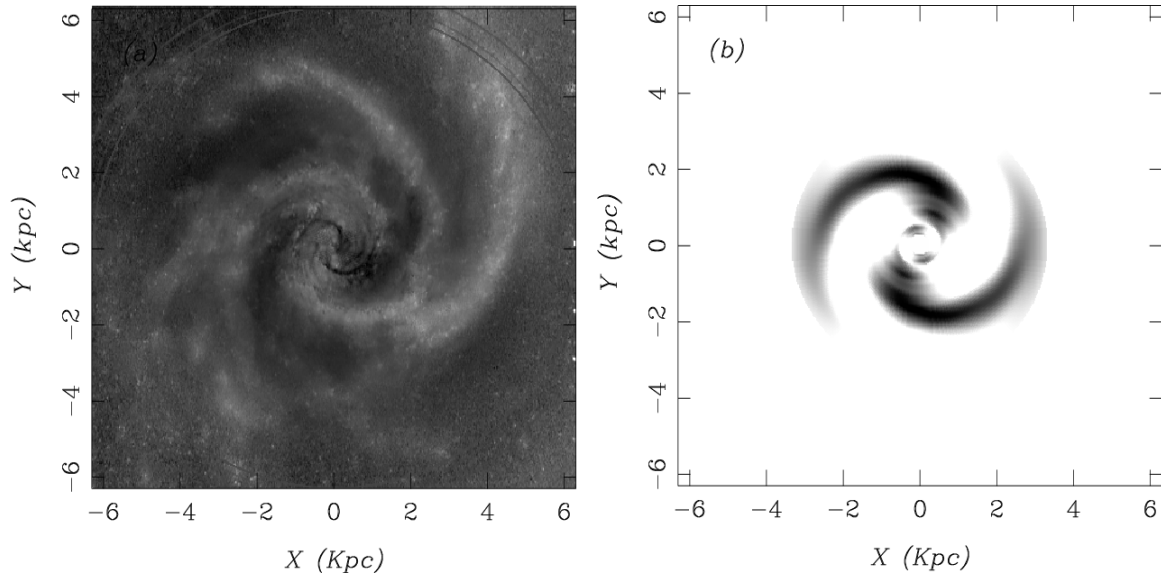


Figura D.4: NGC2997 (a) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

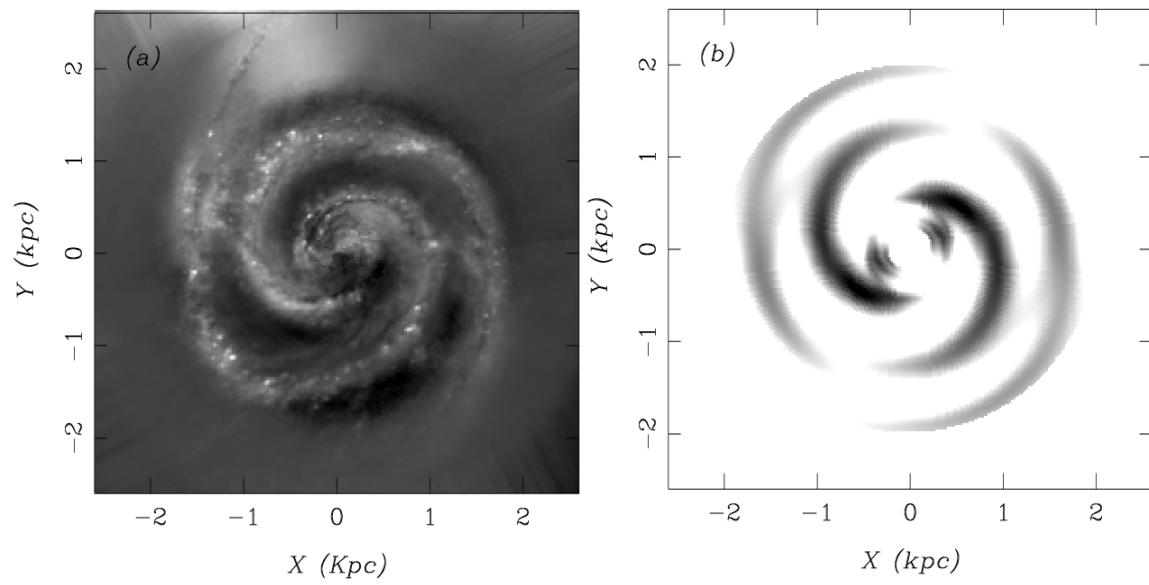


Figura D.5: NGC5194 (a) Imagen deproyectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

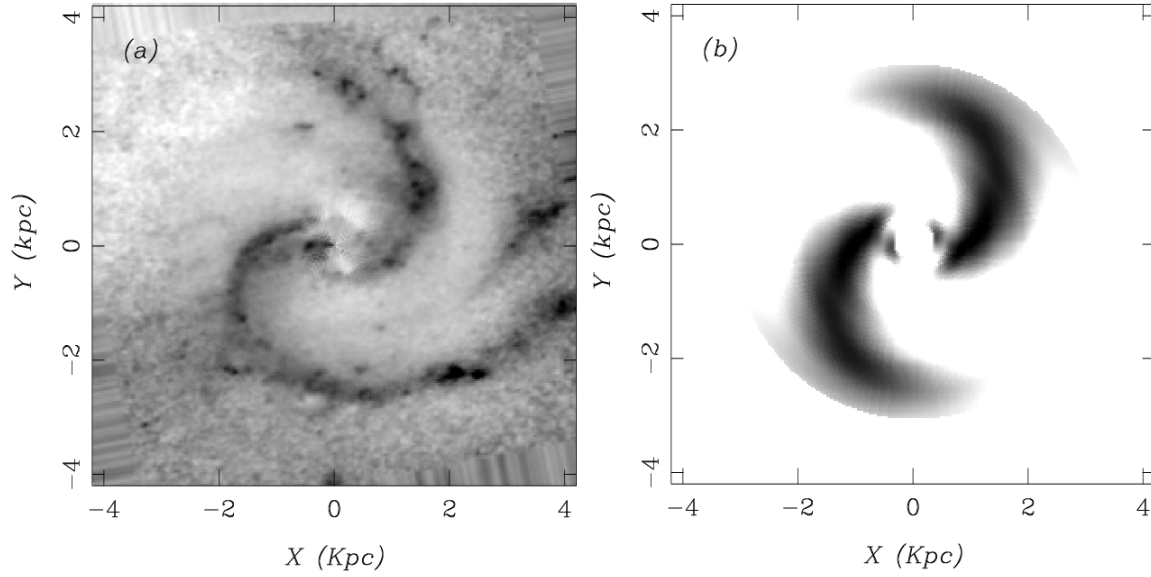


Figura D.6: NGC5247 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

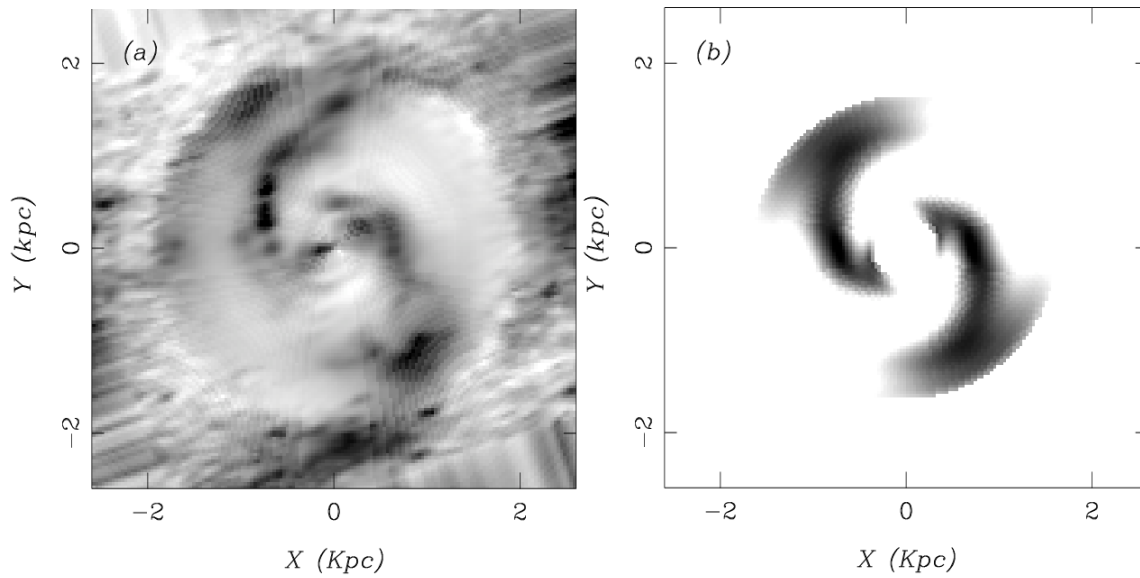


Figura D.7: NGC 5899 (a) Imagen deployectada, sin perfil radial y normalizada. (b) Transformada inversa de Fourier.

BIBLIOGRAFÍA

- María Paz Agüero. Cinemática y dinámica de galaxias espirales. 2009.
- Junichi Baba, Takayuki R Saitoh, and Keiichi Wada. Dynamics of non-steady spiral arms in disk galaxies. *The Astrophysical Journal*, 763(1):46, 2013.
- Anthony Baillard, Emmanuel Bertin, Valérie de Lapparent, Pascal Fouqué, Stéphane Arnouts, Yannick Mellier, Roser Pelló, Jean-Francois Leborgne, Philippe Prugniel, Dmitry Makarov, et al. The efigi catalogue of 4458 nearby galaxies with detailed morphology. *Astronomy and Astrophysics*, 532, 2011.
- Thomas Bensby and Sofia Feltzing. The galactic thin and thick disks in the context of galaxy formation. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 5(S265):300–303, 2009.
- James Binney, Scott Tremaine, and Donald Lynden-Bell. Galactic dynamics. *Physics Today*, 41(11):113–114, 2008.
- David L Block and Richard J Wainscoat. Morphological differences between optical and infrared images of the spiral galaxy ngc309. *Nature*, 353(6339):48–50, 1991.
- DL Block, G Bertin, A Stockton, P Grosbol, AFM Moorwood, and RF Peletier. 2.1 μm images of the evolved stellar disk and the morphological classification of spiral galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 288:365–382, 1994.
- R. Buta. *Galaxy Morphology*, page 151. 1989.
- Bradley W Carroll and Dale A Ostlie. *An introduction to modern galactic astrophysics and cosmology*. Addison-Wesley, 2007.
- S Considera and E Athanassoula. The distribution of h ii regions in external galaxies. i. *Astronomy and Astrophysics*, 111:28–42, 1982.
- Carl-Gustav Danver. Appendix iii. characteristics of the measured spirals. *Annals of the Observatory of Lund*, 10:162–177, 1942.

- Benjamin L Davis, Joel C Berrier, Douglas W Shields, Julia Kennefick, Daniel Kennefick, Marc S Seigar, Claud HS Lacy, and Ivânio Puerari. Measurement of galactic logarithmic spiral arm pitch angle using two-dimensional fast fourier transform decomposition. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 199(2):33, 2012.
- CL Dobbs and JE Pringle. Age distributions of star clusters in spiral and barred galaxies as a test for theories of spiral structure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 409(1):396–404, 2010.
- J Dubinski, J-R Gauthier, L Widrow, and S Nickerson. Spiral and bar instabilities provoked by dark matter satellites. In *Formation and Evolution of Galaxy Disks*, volume 396, page 321, 2008.
- Debra Meloy Elmegreen. Galaxies and galactic structure. *Galaxies and galactic structure/Debra Meloy Elmegreen. New Jersey: Prentice Hall, c1998. QB 857 E455 1998.*, 1, 1998.
- Kambiz Fathi. Scale length of disk galaxies. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 6(S277):317–320, 2010.
- Kambiz Fathi, Mark Allen, Thomas Boch, Evanthia Hatziminaoglou, and Reynier F Peletier. Scalelength of disc galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 406(3):1595–1608, 2010.
- Kelly Foyle, H-W Rix, CL Dobbs, AK Leroy, and Fabian Walter. Observational evidence against long-lived spiral arms in galaxies. *The Astrophysical Journal*, 735(2):101, 2011.
- J. A. Frogel, A. C. Quillen, and R. W. Pogge. Optical and infrared images of galaxies: What’s to be learned? In D. L. Block and J. M. Greenberg, editors, *New Extragalactic Perspectives in the New South Africa*, volume 209 of *Astrophysics and Space Science Library*, page 65, 1996.
- Jean-René Gauthier, John Dubinski, and Lawrence M Widrow. Substructure around m31: Evolution and effects. *The Astrophysical Journal*, 653(2):1180, 2006.
- JA Hernandez-Jimenez, H Dottori, P Grosbøl, and N Vera-Villamizar. The circumnuclear spiral pattern of ngc 5427. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 5(S267):331–331, 2009.
- Tao Hu, Qiu-He Peng, and Ying-He Zhao. A new method for determining mass-to-light ratios of nearly face-on spiral galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 446:L5–L8, 2006a.
- Tao Hu, Qiu-He Peng, and Ying-He Zhao. Scale heights of non-edge-on spiral galaxies. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 6(1):43, 2006b.
- Masanori Iye, Sadanori Okamura, Masaru Hamabe, and Masaaki Watanabe. Spectral analysis of the asymmetric spiral pattern of ngc 4254. *The Astrophysical Journal*, 256:103–111, 1982.
- A. J. Kalnajs. The Distribution of HII regions in M31. In L. Weliachew, editor, *La Dynamique des galaxies spirales*, page 103, 1975.
-

- Agris J Kalnajs. Dynamics of flat galaxies. i. *The Astrophysical Journal*, 166:275, 1971.
- D. Kawata, R. J. J. Grand, and M. Cropper. Stellar dynamics around transient co-rotating spiral arms. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 19 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 7006, February 2012.
- CC Lin and Frank H Shu. On the spiral structure of disk galaxies. *The Astrophysical Journal*, 140:646, 1964.
- Jun Ma. Vertical scale parameter estimates for 48 non-edge-on spiral galaxies. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 3(6):499, 2003.
- Dimitri Mihalas and James Binney. Galactic astronomy: Structure and kinematics. *San Francisco, CA, WH Freeman and Co., 1981. 608 p.*, 1, 1981.
- Q Peng, X Li, H Su, K Huang, and J Huang. Integral of poisson’s equations for finite thickness disks and effect of thickness on density waves. *Scientia Sinica*, 22:925–933, 1979.
- Qiu-He Peng. A method of determining the thickness of spiral galaxies by solution of the three-dimensional poisson equation. *Astronomy and Astrophysics*, 206:18–26, 1988.
- Bárbara Pichardo, Marco Martos, Edmundo Moreno, and Julia Espresate. Nonlinear effects in models of the galaxy. i. midplane stellar orbits in the presence of three-dimensional spiral arms. *The Astrophysical Journal*, 582(1):230, 2003.
- I Puerari and HA Dottori. Fourier analysis of structure in spiral galaxies. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 93(3):469–493, 1992.
- Ivânio Puerari. On the spiral structure of m33. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, pages 1290–1293, 1993.
- WW Roberts. Large-scale shock formation in spiral galaxies and its implications on star formation. *The Astrophysical Journal*, 158:123, 1969.
- Mary C Seiler and Fritz A Seiler. Numerical recipes in c: the art of scientific computing. *Risk Analysis*, 9(3):415–416, 1989.
- Jerry Sellwood. New developments in spiral structure theory. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts# 219*, volume 219, 2012.
- D Tamburro, H-W Rix, F Walter, E Brinks, WJG De Blok, RC Kennicutt, and M-M Mac Low. Geometrically derived timescales for star formation in spiral galaxies. *The Astronomical Journal*, 136(6):2872, 2008.
- Alar Toomre. Group velocity of spiral waves in galactic disks. *The Astrophysical Journal*, 158: 899, 1969.
- Alar Toomre. Theories of spiral structure. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 15: 437–478, 1977.
-

-
- P van der Kruit. Galactic thin disk. *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*, 1:2863, 2000.
- Nelson Vera-Villamizar, Horacio Dottori, Ivânio Puerari, and Reinaldo de Carvalho. Analysis of resonances in grand design spiral galaxies. *The Astrophysical Journal*, 547(1):187, 2001.
- Ying-He Zhao, Qiu-He Peng, and Lan Wang. Determination of the thickness of non-edge-on disk galaxies. *Chin. J. Astron. Astrophys*, 4(1):51–60, 2004.
-